



TUGAS AKHIR - SM 141501

**ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA KAPAL
DENGAN MENGGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER**

PUTRI AULIYA FIDYASTUTI
NRP 1213 100 024

Dosen Pembimbing
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017



FINAL PROJECT - SM 141501

***ESTIMATION OF COEFFICIENT HYDRODYNAMICS OF
SHIP USING EXTENDED KALMAN FILTER***

PUTRI AULIYA FIDYASTUTI
NRP 1213 100 024

Supervisor
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2017

LEMBAR PENGESAHAN

ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA KAPAL DENGAN MENGGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER

ESTIMATION OF COEFFICIENT HYDRODYNAMICS OF SHIP USING EXTENDED KALMAN FILTER METHOD

TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada

Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

PUTRI AULIYA FIDYASTUTI

NRP. 1213 100 024

Menyetujui,
Dosen Pembimbing II

Prof. DR. Erna Apriliani, M.Si
NIP.19660414 199102 2 001

Menyetujui
Dosen Pembimbing I

Tahiyyatul Asfihani, S.Si, M.Si
NIP. 19870728 201404 2 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika

FMIPA-ITS

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Juli 2017

ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA PADA KAPAL DENGAN MENGGUNAKAN EXTENDED KALMAN FILTER

Nama : Putri Auliya Fidyastuti
NRP : 1213 100 024
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS
Dosen Pembimbing 1 : Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Dosen Pembimbing 2 : Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

ABSTRAK

Hidrodinamika merupakan salah satu cabang ilmu yang berhubungan dengan gerak liquid atau lebih dikhususkan pada gerak air. Pada prinsipnya perilaku gerak kapal dibagi menjadi: *surge*, *sway*, *heave*, *yaw*, *roll*, dan *pitch*. Perilaku gerak kapal dapat dihitung menggunakan *Planar Motion Mecanism (PMM) Test*, tetapi di Indonesia tepatnya di LHI (Laboratorium Hindrodinamika Indonesia) masih dalam renovasi, sehingga digunakan alternative dalam melakukan uji/percobaan dengan FRM Test (*Free Running Model*) yang harganya lebih murah dari PMM Test. Data pada penelitian ini didapat dari FRM Test melalui *Turning Test* dan *zig zag 10-10* dengan 4 DOF (*Degree of Freedom*), yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *roll*. Pada penelitian ini akan dilakukan estimasi koefisien hidrodinamika kapal dengan Ekstended Kalman Filter. Metode EKF dipilih karena dianggap tepat untuk digunakan pada model yang berbentuk *nonlinear*. Penelitian ini diharapkan menjadi alternatif dalam menghitung pergerakan kapal dengan perhitungan numerik dan Regresi Linear digunakan untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal dengan hasil yang didapatkan estimasi koefisien dengan *error* yang kecil juga didapatkan lintasan

kapal hasil estimasi yang hampir sama dengan lintasan awal dari data dengan data yang telah diestimasi.

Kata kunci : Estimasi, Koefisien Hidrodinamika, Kapal, Regresi Linear, Extended Kalman Filter

ESTIMATION OF COEFFICIENT HYDRODYNAMIC OF SHIP USING EXTENDED KALMAN FILTER

Name : Putri Auliya Fidyastuti
NRP : 1213 100 024
Department : Mathematics FMIPA-ITS
Supervisor : 1. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
2. Prof. Dr. Erna Aprliani, M.Si

ABSTRACT

Hydrodynamic is one of the branches of engineering science especially in Shipbuilding technology. In principle, the behavior of ship's movement divided into 6 Degree of Freedom (DOF) those are surge, sway, heave, yaw, roll, and pitch. Coefficient of ship's hydrodynamic is obtained through Captive test or as known as Planar Motion Mechanism (PMM) test or system identification test, however, to do PMM Test in Indonesia is under, so we do an alternative way through a development from identification system test namely Free Running Model (FRM) test is cheaper than PMM Test. The data in this research obtained from FRM test through Turning test and zig zag test 10-10 by Hydrodynamic Laboratory of Indonesia (LHI) using 4 Degree of Freedom (DOF) those are surge, sway, yaw, roll. This research will estimate hydrodynamic coefficient of ship using Extended Kalman Filter Method and Regression Analysis. EKF method was selected because it can be used for estimating non linear dynamic model on ship's hydrodynamic coefficient linearization process. The result that are achieved can estimate ship's hydrodynamic coefficient with less error and the track of ship from the result of estimate similar with track of ship from data..

Keyword: *Estimation, Coefficient of Hydrodynamic, Ship, Kalman Filter, Extended Kalman Filter*

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWTatas segalalimpahan rahmat sertahidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul **“ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA DENGAN MENGGUNAKAN METODE EXTENDED KALMAN FILTER”**. Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan Tugas Akhir ini tidak terlepas dari bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selakuKetuaJurusanMatematika FMIPA ITS.
2. IbuTahiyatul Asfihani, S.Si dan Prof. Dr. Erna Apriliani, M.SiselakudosenpembimbingTugasAkhiratassegala waktu, bimbingan dan semangat yang diberikan kepada penulis.
3. Ibu Dra. Nur Asiyah, M.Si selaku dosen wali atassegala waktu, bimbingan dan semangat yang diberikan kepada penulis.
4. Ibu Dra. Sri Suprpti Hartatiati, M.Si, Drs. Suhud Wahyudi, M.Si, selakudosenpengujiyang telahmemberikanbanyak saran, kritikdanmotivasi demi kesempurnaanTugasAkhirini.
5. Bapak Dr. DidikKhusnulArif, S.Si, M.SiselakuKaprodi S1 JurusanMatematika.
6. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku Sekprodi S1 JurusanMatematikaatasbantuandansemuainformasi yang diberikan.
7. Seluruh dosen dan karyawandi Jurusan Matematika ITS yang telah memberikan banyak ilmu, pengalaman dan bantuan kepada penulis selama menempuh proses perkuliahan.
8. Bapak, Ibu, adek Akbar dan Ichal, beserta keluarga besar yang tak henti-hentinya memberikan dukungan, semangat, motivasi dan doa kepada penulis agar dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.

9. Titisari dan Milayang menjadi teman seperjuangan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.
10. Nastitie, Batsa, Frikha, Palupi, Vina, Mimi, Tara, Fau yang telah menjadi sahabat terbaik dari pertama ketemu sampai saat ini, yang terus memberikan semangat dan motivasi kepada penulis.
11. Vicky, Prima, Wawan, Ardi, Ivan, Mas Heri yang telah membantu penulis dalam pengerjaan tugas akhir.
12. Teman-teman angkatan 2013 yang telah memberikan pengalaman dan kenangan selama menempuh proses perkuliahan.

Penulis sangat berharap hasil Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi kita semua, serta kritik dan saran yang bersifat membangun guna perbaikan di masa mendatang.

Surabaya, Januari 2017

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
DAFTAR LAMPIRAN	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
1.6 SistematikaPenulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Penelitian Terdahulu	5
2.2 Model Matematika Dinamika Kapal.....	6
2.3 Metode Kalman Filter	10
2.4 Metode Extended Kalman Filter	12
2.5 Analisis Regresi	14
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Studi Literatur	15
3.2 Identifikasi Model.....	15
3.3 Metode Extended Kalman Filter	16
3.4 Simulasi,AnalisaHasildanKesimpulan.....	17
3.5 Cek Pergerakan Kapal	18
3.6 Penarikan Kesimpulan dan Saran	18
3.7 Diagram Alir Penelitian	18

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Matematika Dinamika Kapal X21

4.2 Menentukan Variabel yang akan diestimasi25

4.3 Diskritisasi Model Sistem Kapal.....26

4.4 Data Pengukuran33

4.5 Implementasi Kalman Filter.....33

4.6 Simulasi Extended Kalman Filter46

4.7 Implementasi Regresi Linier57

4.8 Simulasi Regresi58

4.9 Cek Pergerakan Kapal.....59

BAB V PENUTUP

Kesimpulan 63

DAFTAR PUSTAKA 65

LAMPIRAN 67

BIODATA PENULIS 71

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2.1	Definisi koordinat sistem dan simbol6
Gambar 2.2	Derajat Kebebasan pada Kapal.....9
Gambar 3.1	Diagram Alir Penelitian.....18
Gambar 3.2	Diagram Alir Extended Kalman Filter19
Gambar 4.1	Estimasi kecepatan sudut <i>surge</i>46
Gambar 4.2	Estimasi kecepatan sudut <i>sway</i>46
Gambar 4.3	Estimasi kecepatan sudut <i>roll</i>47
Gambar 4.4	Estimasi kecepatan sudut <i>yaw</i>47
Gambar 4.5	Estimasi posisi di sumbu <i>x</i>48
Gambar 4.6	Estimasi posisi di sumbu <i>y</i>48
Gambar 4.7	Estimasi sudut <i>roll</i>49
Gambar 4.8	Estimasi sudut <i>yaw</i>49
Gambar 4.9	Estimasi gaya momen pada <i>surge</i>50
Gambar 4.10	Estimasi gaya momen pada <i>surge</i>50
Gambar 4.11	Estimasi gaya momen pada <i>surge</i>51
Gambar 4.12	Estimasi gaya momen pada <i>sway</i>51
Gambar 4.13	Estimasi gaya momen pada <i>sway</i>52
Gambar 4.14	Estimasi gaya momen pada <i>sway</i>52
Gambar 4.15	Estimasi gaya momen pada <i>roll</i>53
Gambar 4.16	Estimasi gaya momen pada <i>roll</i>53
Gambar 4.17	Estimasi gaya momen pada <i>roll</i>54
Gambar 4.18	Estimasi gaya momen pada <i>yaw</i>49
Gambar 4.19	Estimasi gaya momen pada <i>yaw</i>49
Gambar 4.20	Estimasi gaya momen pada <i>yaw</i>50
Gambar 4.21	Estimasi gaya momen <i>sway</i>58
Gambar 4.22	Plot gabungan lintasan kapal60

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 2.1	DerajatKebebasan Kapal.....8
Tabel 2.2	AlgoritmaKalman Filter11
Tabel 2.3	Algoritma Extended Kalman Filter.....13
Tabel 4.1	Data Parameter Kapal X23
Tabel 4.2	Variabel yang diestimasi.....33
Tabel 4.3	Simulasi Minitab.....57
Tabel 4.4	Data awal posisi x dan y58
Tabel 4.5	Hasil estimasi posisi x dan y59

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
Lampiran Data dari LHI	67

DAFTAR SIMBOL

m	: massa kapal X
ρ	: massa air laut
L	: panjang kapal X
B	: lebar kapal X
T	: kedalaman kapal X
x_G	: posisi x pusat gravitasi
z_G	: posisi z pusat gravitasi
I_x	: momen inersia pada sumbu x
I_z	: momen inersia pada sumbu z
$X_{\ddot{u}}$: koefisien gaya massa tambahan pada u sepanjang sumbu x
$Y_{\ddot{v}}$: koefisien gaya massa tambahan pada v sepanjang sumbu y
$Y_{\ddot{p}}$: koefisien gaya massa tambahan pada p sepanjang sumbu y
$Y_{\ddot{r}}$: koefisien gaya massa tambahan pada r sepanjang sumbu y
$K_{\ddot{p}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap p
$K_{\ddot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap v
$N_{\ddot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap v
$N_{\ddot{r}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap r
u	: kecepatan <i>surge</i> pada sumbu x
v	: kecepatan <i>sway</i> pada sumbu y
p	: kecepatan sudut <i>roll</i> pada sumbu x
r	: kecepatan sudut <i>yaw</i> pada sumbu z
x_0	: posisi kapal pada sumbu x saat kondisi awal
y_0	: posisi kapal pada sumbu y saat kondisi awal
ϕ	: sudut <i>roll</i> pada sumbu x
ψ	: sudut <i>yaw</i> pada sumbu z
X	: gaya momen gerak <i>surge</i> pada Kapal X
Y	: gaya momen gerak <i>sway</i> pada Kapal X
K	: gaya momen gerak <i>roll</i> pada Kapal X
N	: gaya momen gerak <i>yaw</i> pada Kapal X

θ	: Sudut pada rotasi kapal X
t	: waktu yang ditempuh pada pergerakan kapal
x_0	: inisial dari sistem
x_{k+1}	: variabel keadaan sistem pada waktu $k + 1$ dan berdimensi $n \times 1$
x_k	: variabel keadaan sistem pada waktu k yang nilai estimasi awalnya \bar{x}_0 dan kovarian awal P_{x0} , $x_k \in R^n$
u_k	: vektor masukan deterministik pada waktu k , $u_k \in R^n$
w_k	: noise pada sistem dengan mean $\bar{w}_k = 0$ dan varian R_k
z_k	: variabel pengukuran, $z_k \in R^m$
v_k	: noise pada pengukuran dengan mean $\bar{v}_k = 0$ dan varian R_k
Y_{ur}	: turunan gaya sway terhadap u dan r pada sumbu x dan z
Y_v	: turunan gaya sway terhadap v pada sumbu y
Y_r	: turunan gaya sway terhadap r pada sumbu z
Y_{vvv}	: turunan gaya sway terhadap v pada sumbu y
Y_{vvr}	: turunan gaya sway terhadap v dan r pada sumbu y dan z
Y_{vrr}	: turunan gaya sway terhadap v dan r pada sumbu y dan z
Y_{rrr}	: turunan gaya sway terhadap r pada sumbu y
Y_p	: turunan gaya sway terhadap p pada sumbu x
Y_ϕ	: turunan gaya sway terhadap ϕ pada sumbu x
$Y_{vv\phi}$: turunan gaya sway terhadap v dan ϕ pada sumbu y dan x
$Y_{v\phi\phi}$: turunan gaya sway terhadap v dan ϕ pada sumbu y dan x
$Y_{rr\phi}$: turunan gaya sway terhadap r dan ϕ pada sumbu z dan x
$Y_{r\phi\phi}$: turunan gaya sway terhadap r dan ϕ pada sumbu y dan x
Y_δ	: turunan gaya sway terhadap δ
$Y_{\delta\delta\delta}$: turunan gaya sway terhadap δ

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai hal – hal yang menjadi latar belakang munculnya permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini. Permasalahan – permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang dapat diperoleh dari Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Hidrodinamika merupakan salah satu cabang ilmu yang berhubungan dengan gerak liquid atau lebih dikhususkan pada gerak air. Bidang ilmu ini mengkaji tentang zat cair yang bergerak.[1]

Manuver kapal adalah kemampuan kapal untuk berbelok dan berputar saat berlayar dibawah kendali operator kapal. Kapal banyak melakukan manuver dikarenakan faktor arus, gelombang, angin dan kedalaman perairan. Kemampuan ini sangat menentukan keselamatan kapal, khususnya saat kapal beroperasi di perairan terbatas atau beroperasi di sekitar pelabuhan. Pada prinsipnya perilaku gerak kapal dibagi menjadi 6 *Degree of Freedom (DOF)* yaitu *surge*, *sway*, *heave*, *yaw*, *roll*, dan *pitch*. [2]

Perilaku gerak kapal atau DOF (*Degree of Freedom*) dapat diamati dan dihitung dengan menggunakan *Planar Motion Mecanism Test* (PMM) atau Identifikasi Sistem Tes. Alat tersebut di Indonesia ada, tetapi di LHI (Laboratorium Hidrodinamika Indonesia) alat tersebut masuh dalam renovasi. Oleh karena itu, di LHI (Laboratorium Hidrodinamika Indonesia) yang mempunyai dasar pemikiran untuk menunjang industri maritim nasional, dalam menghitung perilaku gerak kapal menggunakan *Free Running Model Test* (FRM) yang melihat pergerakan kapal yang secara bebas dengan harga yang lebih murah dari pada PMM *Test*. Cara kerja dari tes FRM adalah dengan memasang beberapa sensor yang dibutuhkan untuk mendeteksi kondisi pergerakan

kapal dan menentukan derajat pergerakan kapal yang dilakukan secara bebas dengan melalui *turning tes* dan tes zigzag 10-10.

Model dinamika matematika kapal menggunakan 4 *Degree of Freedom Test* (DOF)) yaitu X, Y, K, N dimana X adalah *surge*, Y adalah *sway*, K adalah *roll* dan N adalah *yaw*. Karena untuk kapal konvensional, gerak *pitch* dan *heave* diabaikan dari gerak yang lain karena kontrol pergerakan pada kapal diatas permukaan sehingga pada penelitian ini dikhuuskan mengurangi gerakan memutar dengan gaya yang membuat kapal mengambang diatas permukaan air yaitu pada sumbu y dan z . Data tersebut didapatkan dari LHI. Hasil tes uji tersebut digunakan untuk mendapatkan momen gaya pada kapal. Harapan dari penelitian ini adalah mencari solusi alternatif untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal selain menggunakan *captive test* karena koefisien hidrodinamika kapal adalah koefisien yang bekerja pada gaya momen kapal, yang juga sangat berpengaruh penting pada pergerakan kapal, untuk memperkirakan performa manuver kapal secara akurat sehingga dibutuhkan suatu metode untuk mengestimasi koefisien Hidrodinamika pada kapal dengan perhitungan secara numerik.

Dalam penulisan tugas akhir ini bermaksud untuk mengestimasi koefisien Hidrodinamika pada kapal dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter dan untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika menggunakan metode Regresi Linear. Metode tersebut dapat mengestimasi suatu model yang non linier sebagai alternatif perhitungan numerik dalam menghitung pergerakan kapal dengan hasil yang akurat.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disajikan, penulis menuliskan beberapa permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian Tugas Akhir ini sebagai berikut:

1. Bagaimana mendapatkan koefisien Hidrodinamika dengan estimasi Extended Kalman Filter dan Regresi Linier?

2. Bagaimana gerak kapal yang dihasilkan dari estimasi dengan Extended Kalman Filter?

1.3 Batasan Masalah

Dalam Tugas Akhir ini, penulis membatasi permasalahan sebagai berikut :

1. Menggunakan 4 *Degree of Freedom* (DOF) yaitu (*surge, sway, roll, yaw*)
2. Mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal pada Gaya momen yang bekerja pada Y (*sway*)
3. Nilai inputan awal pada dinamis gaya eksternal X, Y, K, N berbeda jenis kapal dengan kapal penelitian
4. Simulasi Extended Kalman Filter menggunakan *software* Matlab.
5. Simulasi metode Regresi linear menggunakan *software* Minitab.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian Tugas Akhir ini adalah :

1. Mengetahui koefisien Hidrodinamika dengan Estimasi Extended Kalman Filter
2. Mengetahui gerak kapal setelah menggunakan koefisien yang diketahui

1.5 Manfaat

Dari penelitian Tugas Akhir ini, penulis mengharapkan agar Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi berbagai kalangan sebagai berikut :

1. Memperluas permasalahan dalam penerapan metode Extended Kalman Filter
2. Menambah wawasan dan memberi gambaran tentang estimasi dengan Extended Kalman Filter
3. Sebagai bahan pertimbangan dalam mendapatkan koefisien Hidrodinamika kapal dengan menggunakan numerik.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan pada Tugas Akhir.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Menjelaskan dasar teori yang digunakan penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir. Pada bab ini berisi tentang pengertian dan bentuk umum pada model Matematika Dinamika Kapal dengan 4(DOF) dan estimasi menggunakan metode Extended Kalman Filter dan Regresi Linier.

BAB III METODOLOGI TUGAS AKHIR

Menjelaskan alur kerja dan metode yang digunakan penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir. Gambaran umum mengenai Implementasi metode Extended Kalman Filter dan Regresi Linier untuk estimasi koefisien hidrodinamika kapal.

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Menyajikan tentang analisa data dan pembahasan dalam Implementasi metode Extended Kalman Filter dan Regresi Linier untuk estimasi koefisien hidrodinamika kapal.

BAB V KESIMPULAN

Berisi kesimpulan dan hasil dari hasil analisis dalam Tugas Akhir ini.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan dasar – dasar teori pendukung yang dapat menunjang dalam pembahasan Tugas Akhir ini. Dasar teori penunjang tersebut mengenai kapal, metode Kalman Filter (KF), metode Extended Kalman Filter (EKF), Analisis Regresi.

2.1 Penelitian Terdahulu

Dalam Tugas Akhir ini penulis merujuk pada beberapa penelitian-penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik yang diambil. Salah satu penelitian yang digunakan adalah jurnal yang ditulis Hyeon Kyu Yoon, dkk pada tahun 2007 yang berjudul “Estimation of the Roll Hydrodynamic Moment Model of a Ship by Using the System Identification Method and the Pree Running Model Test”. Pada penelitian tersebut memperkirakan koefisien Hidrodinamika dengan teknik identifikasi sistem berdasarkan data percobaan laut atau dari tes FRM. Model momen Hidrodinamika dibangun dari data melalui tes circle turning dan tes zig-zag 20-20. Pada penelitian tersebut mendapatkan koefisien Hidrodinamika K dan Y dengan teknik identifikasi sistem berdasarkan data percobaan laut atau dari tes FRM dengan menggunakan metode algoritma Extended Kalman Filter (EKF).[3]

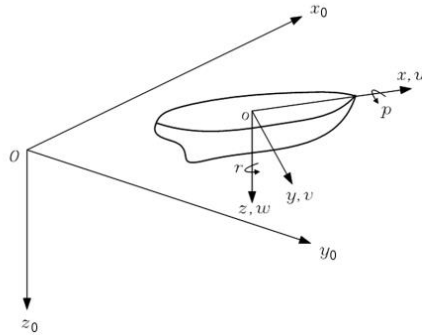
Penelitian selanjutnya ditulis oleh Achmad Ichwan dengan judul “Estimasi Posisi dan Kecepatan Kapal selama Menggunakan Metode Extended Kalman Filter”. Dalam penelitian tersebut melakukan estimasi posisi yang tepat dalam melaksanakan fungsi-fungsi yang diinginkan agar kapal selama dapat dapat melaksanakan kegiatan manuver dibawah air dengan benar. Metode yang digunakan adalah Extended Kalman Filter, metode tersebut dianggap tepat untuk digunakan pada model yang *nonlinear*. [4]

Penelitian juga dilakukan oleh Natanael Leon Gozali yang berjudul “Estimasi Variabel Dinamik Kapal Menggunakan

Metode Kalman Filter”. Pada penelitian tersebut berdasarkan hasil simulasi, estimator yang dirancang mampu memberikan nilai estimasi pada variabel dinamika kapal dengan presentase integral absolute error dari sistem dengan noise sistem dan noise pengukuran sebesar 0,41% untuk variabel yaw, 4,30% untuk yaw-rate dan 6,78% untuk sway-rate.[5].

2.2 Model Matematika Dinamika Kapal

Dalam mendiskripsikan gerakan dari sebuah kapal, 2 sistem koordinasi ditetapkan seperti pada gambar 1 yaitu adalah perpindahan amgular dan linier diwakilakan pada *earth-fixed frame*($0, x_0 y_0 z_0$), sementara persamaan dari pergerakan dideskripsikan pada *body-fixed frame*($0, xyz$).



Gambar 2.1. Definisi koordinat sistem dan simbol

Persamaan manuver dari gerakan kapal termasuk gerakan memutar dideskripsikan pada body-fixed frame sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 (m - X_{\dot{u}})\dot{u} &= m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X \\
 (m - Y_{\dot{u}})\dot{v} - mz_G + Y_{\dot{p}}\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= -mur + Y \\
 -(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} &= mz_G ur + K \\
 (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} &= -mx_G ur + N
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Keterangan

m : massa

x_G : posisi x pusat gravitasi

- z_G : posisi z pusat gravitasi
 I_x : momen inersia pada sumbu x
 I_z : momen inersia pada sumbu z
 $X_{\ddot{u}}$: koefisien gaya massa tambahan pada u sepanjang sumbu x
 $Y_{\ddot{v}}$: koefisien gaya massa tambahan pada v sepanjang sumbu y
 $Y_{\ddot{p}}$: koefisien gaya massa tambahan pada p sepanjang sumbu y
 $Y_{\ddot{r}}$: koefisien gaya massa tambahan pada r sepanjang sumbu y
 $K_{\ddot{p}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap p
 $K_{\ddot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap v
 $N_{\ddot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap v
 $N_{\ddot{r}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap r

Berikut adalah cara perhitungan numerik untuk mendapatkan massa tambahan dan momen inersia menggunakan *Theory Strip*[7] dengan T adalah kedalaman kapal, L adalah panjang, B adalah lebar, C_B adalah koefisien blok, sehingga untuk mendapatkan $Y_{\ddot{v}}, Y_{\ddot{r}}, N_{\ddot{v}}, N_{\ddot{r}}$ diperoleh persamaan dibawah ini :

$$-\frac{Y_{\ddot{v}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 1 + 0.16 \frac{C_B B}{T} - 5.1 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (2.2)$$

$$-\frac{Y_{\ddot{r}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 0.67 \frac{B}{L} - 0.0033 \left(\frac{B}{T}\right)^2 \quad (2.3)$$

$$-\frac{N_{\ddot{v}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 1.1 \frac{B}{L} - 0.041 \frac{B}{T} \quad (2.4)$$

$$-\frac{N_{\ddot{r}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 0.083 + 0.017 \frac{C_B B}{T} - 0.33 \frac{B}{L} \quad (2.5)$$

u, v, p, r adalah koefisien momen dimana arahnya didefinisikan pada gambar 2.1 dan gambar 2.2 pada bingkai *Body-fixed* dan *Earth-fixed*. Berdasarkan pada model dinamik tersebut dideskripsikan pada bingkai *Body-fixed* sehingga jika diubah ke dalam bentuk *Earth-fixed* dideskripsikan dengan Transformasi Euler $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ [6], sehingga menjadi :

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= u \cos \psi - u \sin \psi \cos \phi \\ \dot{y}_0 &= u \sin \psi - u \cos \psi \cos \phi \\ \dot{\phi} &= p \\ \dot{\psi} &= r \cos \phi \end{aligned} \quad (2.6)$$

Model dinamis gaya eksternal dan momen di modelkan dalam Gauss-Markov *third-order* dimana X, Y, K dan N dideskripsikan sebagai berikut:

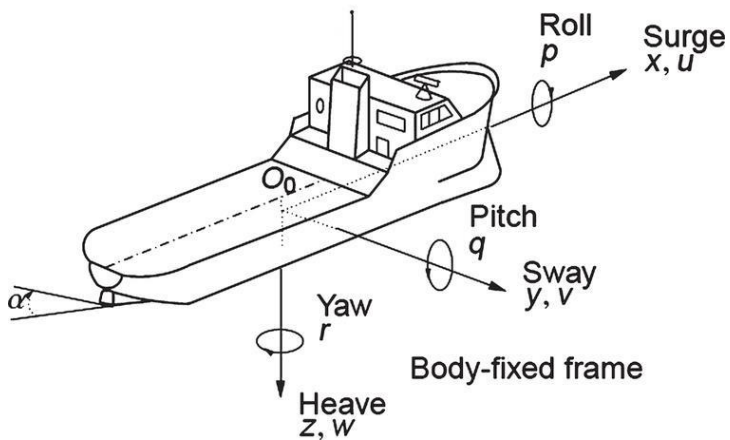
$$\begin{aligned} \ddot{X} &= w_X(t) \\ \ddot{Y} &= w_Y(t) \\ \ddot{K} &= w_K(t) \\ \ddot{N} &= w_N(t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Pada persamaan ini w_X, w_Y, w_K, w_N tersebut diasumsikan sebagai *white-noise*.

Pada model dinamika kapal dirumuskan sebagai suatu rigid body dengan 6 derajat kebebasan. Derajat kebebasan kapal ini terdiri dari 3 derajat kebebasan terhadap sumbu x,y,z dan 3 derajat kebebasan lainnya mengacu kepada arah rotasi dan orientasi dari kapal. Keenam derajat kebebasan dari kapal laut biasa disebut sebagai *surge, sway, heave, roll, pitch, yaw*. Derajat kebebasan ini juga biasa disebut sebagai komponen gerak. Komponen gerak dari kapal dengan 6 komponen gerak dapat dilihat pada tabel dibawah ini : [5]

Tabel 2.1. Derajat Kebebasan Kapal [5]

DOF	Gerakan	Gaya dan momen	Kecepatan linier dan angular	Posisi dan Sudut Euler
1	Gerak arah-x (surge)	X	U	X
2	Gerak arah-y (sway)	Y	V	Y
3	Gerak arah-z (heave)	Z	W	Z
4	Rotasi sumbu-x (roll)	K	P	Φ
5	Rotasi sumbu-y (pitch)	M	Q	Θ
6	Rotasi sumbu-z (yaw)	N	R	Ψ



Gambar 2.2. Derajat Kebebasan pada Kapal

2.3 Metode Kalman Filter

Metode Kalman Filter diperkenalkan pertama kali oleh R.E Kalman pada tahun 1960 [8]. Kalman Filter merupakan sebuah algoritma pengolahan data yang optimal. Kalman Filter merupakan suatu estimator sistem dinamik linear. Kalman Filter mampu mengestimasi variabel keadaan dinamis dari sistem dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi (*time update*) merupakan tahap estimasi dari sistem model dinamik, sedangkan tahap koreksi (*measurement update*) merupakan tahap estimasi dari model pengukuran [9]. Algoritma Kalman Filter waktu diskrit ditulis seperti berikut :

Model sistem :

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k \quad (2.8)$$

Model pengukuran :

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2.9)$$

Dengan asumsi :

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k) \quad (2.10)$$

Keterangan

x_0 : inisial dari sistem

x_{k+1} : variabel keadaan sistem pada waktu $k + 1$ dan berdimensi $n \times 1$

x_k : variabel keadaan sistem pada waktu k yang nilai estimasi awalnya \bar{x}_0 dan kovarian awal P_{x0} , $x_k \in R^n$

u_k : vektor masukan deterministik pada waktu k , $u_k \in R^n$

w_k : noise pada sistem dengan mean $\bar{w}_k = 0$ dan varian R_k

z_k : variabel pengukuran, $z_k \in R^m$

v_k : noise pada pengukuran dengan mean $\bar{v}_k = 0$ dan varian R_k

A, B, G : matriks-matriks dengan nilai elemen-elemennya adalah koefisien variabel keadaan sistem

Pada Tabel 2.2, menunjukkan algoritma Kalman Filter yang terdiri dari 4 bagian, diantaranya bagian pertama dan kedua

memberikan suatu model sistem dan model pengukuran dan nilai awal (inisialisasi), selanjutnya bagian ketiga dan keempat masing-masing tahap prediksi dan korelasi tetapi sebenarnya secara umum Kalman Filter hanya terdiri dari 2 tahap yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. [10]

Pada Kalman Filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dan tingkat akurasiya dihitung menggunakan persamaan kovarian error atau norm kovarian error.

Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap sebelumnya dikoreksi menggunakan model pengukuran untuk memperbaiki estimasi sesudahnya. Salah satu bagian dari tahap ini menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi error [11].

Tahap prediksi dan tahap koreksi akan diulang terus menerus sampai waktu k yang ditentukan. Algoritma Kalman Filter diberikan pada tabel dibawah ini:

Tabel 2.2. Algoritma Kalman Filter

Model Sistem	$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$
Model Pengukuran	$z_k = Hx_k + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ $P_0 = P_{x0}$
Tahap Prediksi	Estimasi : $\hat{x}_{k+1}^- = A\hat{x}_k + Bu_k$ Kovarian error : $P_{k+1}^- = AP_kA^T + GQG^T$

Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H P_{k+1}^- H^T)^{-1}$ Estimasi $K_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}(z_{k+1} - H \hat{x}_{k+1}^-)$ Kovarian Error : $P_{k+1} = [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1}^- [I - K_{k+1} H_{k+1}]^T + K_{k+1} R K_{k+1}^T$
---------------	--

2.4 Metode Extended Kalman Filter

Metode Extended Kalman Filter (EKF) merupakan perluasan dari metode Kalman Filter yang dapat digunakan untuk mengestimasi model sistem nonlinier dan kontinu. Pada Extended Kalman Filter, sama halnya dengan Kalman Filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan, yaitu dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan sistem dinamik yang disebut tahap prediksi (time update) dan selanjutnya tahap koreksi (measurement update) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi. [10]

Bentuk umum sistem dinamik nonlinier diskrit pada Extended Kalman Filter (Welch & Bishop, 2006) adalah

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k \quad (2.11)$$

$$z_k = h_k(x_k) + v_k \quad (2.12)$$

Dimana diasumsikan bahwa $x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0})$, $w_k(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$ memiliki sebaran normal dan diasumsikan white, artinya tidak berkorelasi satu sama lain maupun dengan nilai awal \bar{x}_0 .

Sebelum proses estimasi, dilakukan proses linierisasi terlebih dahulu pada sistem tak linier. Proses linierisasi dilakukan dengan mendefinisikannya sebagai berikut :

$$x_{k+1}^* = f(\hat{x}_k, u_k) \quad (2.13)$$

$$z_{k+1}^* = h(x_{k+1}^*) \quad (2.14)$$

$$A = [A_{i,j}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right] \quad (2.15)$$

$$H = [H_{i,j}] = \left[\frac{\partial h_i}{\partial x_j}(x_{k+1}^*) \right] \quad (2.16)$$

A dan H adalah matriks Jacobi yang diperoleh dari penurunan f dan h terhadap arah x . Modifikasi dari algoritma Kalman Filter inilah yang disebut algoritma Extended Kalman Filter[11].

Metode Extended Kalman Filter yang digunakan yaitu algoritma Extended Kalman Filter waktu diskrit (*Discrete-time Extended Kalman Filter*). Oleh karena itu, model Hidrodinamika pada kapal didiskritisasi dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju karena diprediksi satu langkah ke depan.

$$\begin{aligned}\dot{u} &= \frac{u_{k+1} - u_k}{\Delta t} \\ \dot{v} &= \frac{v_{k+1} - v_k}{\Delta t} \\ \dot{p} &= \frac{p_{k+1} - p_k}{\Delta t} \\ \dot{r} &= \frac{r_{k+1} - r_k}{\Delta t} \\ &\vdots \\ N &= \frac{N_{k+1} - N_k}{\Delta t}\end{aligned}$$

Pada Extended Kalman Filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan yaitu dengan cara memprediksi variabel keadaan berdasarkan sistem dinamik yang disebut tahap prediksi (time update) dan tahap koreksi (measurement update) terhadap data-data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi.

Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dan tingkat akurasi dihitung menggunakan persamaan kovarian error atau norm kovarian error. Pada tahap koreksi hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap prediksi dikoreksi menggunakan data pengukuran, salah satu bagian dari tahapan ini yaitu menentukan matrik Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi eror. Selanjutnya algoritma Extended Kalman Filter diberikan pada tabel 3[10]:

Tabel 2.3. Algoritma Extended Kalman Filter

Model Sistem	$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$
Model Pengukuran	$z_{k+1} = h(x_{k+1}) + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k) \text{ dan } v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0, P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi	$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right]$ Estimasi : $\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_k, u_k)$ Kovarian error : $P_{k+1}^- = AP_k + PA^T + G_k Q_k G_k^T$
Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T [H_k P_{k+1}^- H^T + R_{k+1}^p]^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}(z_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1}^-))$ Kovarian error : $P_{k+1} = [I - K_k H] P_{k+1}^-$

Pada Tabel 2.3, menunjukkan algoritma Extended Kalman Filter yang terdiri dari 4 bagian, diantaranya bagian pertama dan kedua memberikan suatu model sistem dan model pengukuran dan nilai awal (inisialisasi), selanjutnya bagian ketiga dan keempat masing-masing tahap prediksi dan korelasi tetapi sebenarnya secara umum Extended Kalman Filter hanya terdiri dari 2 tahap yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. [10]

2.5 Analisis Regresi

Regresi merupakan sebuah alat yang dapat berguna untuk meramalkan sesuatu di masa depan berdasarkan informasi masa lalu dan sekarang guna memperkecil kesalahan di masa yang akan datang. Secara umum ada dua macam hubungan antara dua variabel atau lebih, yaitu bentuk hubungan dan keeratan hubungan. Untuk mengetahui bentuk hubungan digunakan

analisis regresi. Untuk keeratan hubungan dapat diketahui dengan analisis korelasi. Analisis regresi dipergunakan untuk menelaah hubungan antara dua variabel atau lebih, terutama untuk menelusuri pola hubungan yang modelnya belum diketahui dengan sempurna, atau untuk mengetahui bagaimana variasi dari beberapa variabel bebas (prediktor X atau *independent variable*) mempengaruhi variabel terikat (respon Y atau *dependent variable*) dalam suatu fenomena yang kompleks. Jika X_1, X_2, \dots, X_i adalah variabel-variabel independen dan Y adalah variabel dependen, maka terdapat hubungan fungsional antara X dan Y , di mana variasi dari X akan diiringi pula oleh variasi dari Y .

Regresi sederhana bertujuan untuk mempelajari hubungan antara dua variabel (Walpole, 1995). Model regresi sederhana adalah sebagai berikut.

$$Y_i = a + bX_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.17)$$

Keterangan: X_i = variabel bebas ke- i

Y_i = variabel terikat ke- i

a, b = parameter yang nilainya tidak diketahui

ε_i = standar *error*

Berikut merupakan Persamaan Gaya momen yang bekerja pada sway:

$$\begin{aligned} Y = & Y_{ur}ur + Y_vv + Y_r r + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrr}r^3 \\ & + Y_pp + Y_\phi\phi + Y_{vv\phi}v^2\phi + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 \\ & + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta + Y_{\delta\delta\delta}\delta^2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Persamaan tersebut dapat digunakan untuk mencari kofisien hidrodinamika kapal dengan menggunakan metode Regresi Linear.

Keterangan

Y_{ur}	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap u dan r pada sumbu x dan z
Y_v	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap v pada sumbu y
Y_r	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap r pada sumbu z
Y_{vvv}	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap v pada sumbu y
Y_{vvr}	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap v dan r pada sumbu y dan z
Y_{vrr}	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap v dan r pada sumbu y dan z
Y_{rrr}	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap r pada sumbu y
Y_p	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap p pada sumbu x
Y_ϕ	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap ϕ pada sumbu x
$Y_{vv\phi}$: turunan gaya <i>sway</i> terhadap v dan ϕ pada sumbu y dan x
$Y_{v\phi\phi}$: turunan gaya <i>sway</i> terhadap v dan ϕ pada sumbu y dan x
$Y_{rr\phi}$: turunan gaya <i>sway</i> terhadap r dan ϕ pada sumbu z dan x
$Y_{r\phi\phi}$: turunan gaya <i>sway</i> terhadap r dan ϕ pada sumbu y dan x
Y_δ	: turunan gaya <i>sway</i> terhadap δ
$Y_{\delta\delta\delta}$: turunan gaya <i>sway</i> terhadap δ

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini akan menjabarkan metode - metode yang diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan yang diangkat dalam Tugas Akhir ini. Dengan mengacu pada tinjauan pustaka yang terdapat pada bab sebelumnya, metode yang akan dijabarkan disini akan memperjelas apa saja yang dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut.

3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan studi referensi tentang model kapal, algoritma Extended Kalman Filter dan Regresi Linier. Referensi yang digunakan adalah buku, skripsi, thesis dan paper-paper dalam jurnal ilmiah yang berkaitan dengan topik pada Tugas Akhir ini.

3.2 Identifikasi Model

Data perilaku gerak kapal dengan menggunakan 4 *Degree Of Freedom (DOF)* yang didapat dari *Free Running Model (FRM) test* melalui *Turning test* yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia berupa sudut *roll*, *yaw*, posisi x_0, y_0 dengan 7687 data, dengan mengambil 4000 data yang di ambil 100 data dengan kelipatan 40 secara urut, dari data tersebut dilakukan:

1. Menghitung jarak posisi x dan y menjadi kecepatan *surge* dan kecepatan *sway* menggunakan bantuan *microsoft excel*
2. Menghitung sudut *roll* dan sudut *yaw* menjadi kecepatan sudut *roll* dan *yaw* menggunakan bantuan *microsoft excel*
3. Mengubah posisi x dan y dari milimeter ke satuan meter menggunakan bantuan *microsoft excel*
4. Menghitung pertambahan massa, pertambahan momen dengan menggunakan *Strip Theory*
5. Membentuk model dinamika kapal 4 DOF dengan ukuran kapal X

6. Menentukan variabel yang akan diestimasi menggunakan metode *Extended Kalman Filter* (EKF)
7. Dilakukan diskritisasi dari persamaan dalam model sistem dinamik karena data yang digunakan adalah data diskrit, sehingga perlu untuk mendiskritkan suatu model sistem dengan rumus beda maju: $\dot{x} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t}$
8. Menentukan model sistem dan model pengukuran *Extended Kalman Filter* (EKF)

3.3 Metode Extended Kalman Filter

Metode Extended Kalman Filter digunakan untuk model tak linier. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk melakukan estimasi hidrodinamika kapal dengan menggunakan Extended Kalman Filter.

- a. Menentukan model sistem dan model pengukuran

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= f(x_k, u_k) + w_k \\ z_k &= h_k(x_k) + v_k\end{aligned}$$

- b. Pendiskritan

Metode Extended Kalman Filter yang digunakan yaitu algoritma Extended Kalman Filter waktu diskrit (*Discrete-time Extended Kalman Filter*). Oleh karena itu, model Hidrodinamika pada kapal didiskritisasi dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju karena diprediksi satu langkah ke depan.

- c. Pelinieran

Model matematika dinamika kapal merupakan model tak linier sehingga dilakukan proses pelinieran dengan menggunakan metode Jacobian.

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} (\hat{x}_k, u_k) \right]$$

- d. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi ini menghitung kovarian error dan estimasi pada model sistem.

$$\text{Kovarian error} : P_{k+1}^- = AP_k + P_k A^T + G_k Q_k G_k^T$$

$$\text{Estimasi} : \hat{X}_k^- = f(\hat{X}_k, u_k)$$

e. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi ini menghitung Kalman Gain, kovarian error pada model pengukuran kemudian diperoleh hasil estimasi. Model pengukuran diambil dari data yang diperoleh dari LHI (Laboratorium Hidrodinamika Indonesia). Data tersebut berupa p (kecepatan sudut *roll*), r (kecepatan sudut *yaw*), x_0 (posisi di sumbu x), y_0 (posisi di sumbu y).

Pada tahap ini perhitungan dikatakan bagus jika nilai kovarian errornya semakin kecil dan juga perhitungan dikatakan bagus jika nilai errornya semakin kecil juga.

$$\text{Kalman Gain} : K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T [H_k P_{k+1}^- H^T + R_{k+1}^p]^{-1}$$

$$\text{Kovarian Error} : P_{k+1} = [I - K_k H] P_{k+1}^-$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1}^-))$$

3.4 Simulasi Regresi Linear dengan Minitab

Pada tahap ini akan dicari koefisien hidrodinamika kapal dengan mengestimasi menggunakan metode Regresi Linier. Pada penelitian ini untuk mencari koefisien hidrodinamika kapal difokuskan pada gaya momen yang bekerja pada $Y(\text{sway})$, dimana Model gaya momen yang bekerja pada Sway adalah:

$$\begin{aligned} Y = & Y_{ur}ur + Y_vv + Y_r r + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrr}r^3 \\ & + Y_pp + Y_\phi\phi + Y_{vv\phi}v^2\phi + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 + Y_{rr\phi}r^2\phi \\ & + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta + Y_{\delta\delta\delta}\delta^2 \end{aligned}$$

Untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal dibutuhkan nilai Y, u, v, r, ϕ yang didapatkan dari hasil estimasi *Extended Kalman Filter* (EKF) dengan rumus regresi yang digunakan $Y = H\theta + \varepsilon$ sehingga didapatkan hasil estimasi Y yang akan dibandingkan dengan estimasi menggunakan *Extended Kalman Filter* (EKF)

3.5 Cek Pergerakan Kapal

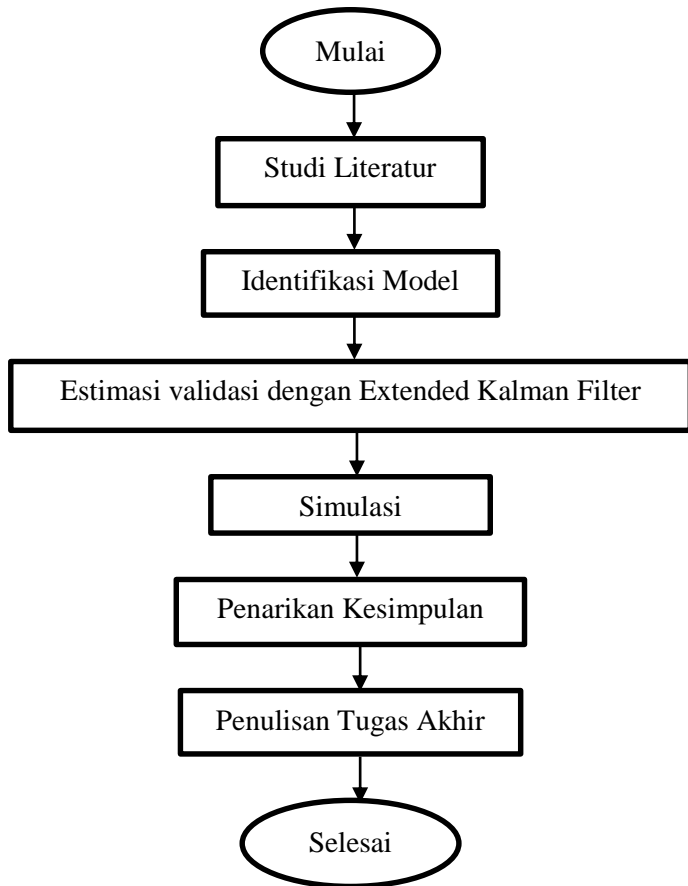
Mengetahui gerak kapal (x,y) dari koefisien yang didapatkan pada estimasi menggunakan metode *Extended Kalman Filter* (EKF) sehingga dapat diplot lintasan kapal sebelum dan sesudah estimasi dengan RMSE terkecil. RMSE yang baik yaitu $0 < RMSE < 1$.

3.6 Penarikan Kesimpulan dan Saran

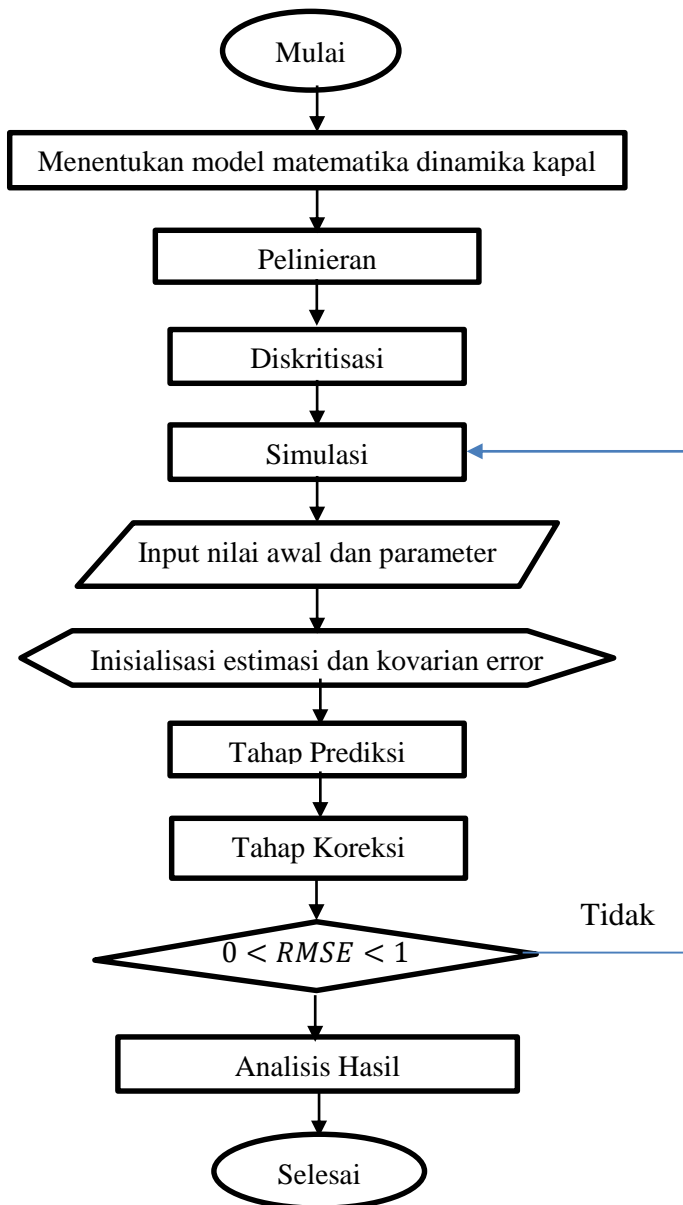
Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan pada tahap sebelumnya. Selanjutnya dari hasil kesimpulan-kesimpulan yang terjadi diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

3.7 Diagram Alir penelitian

Alur penelitian yang dilakukan dalam Tugas Akhir ini diperlihatkan pada diagram alir berikut :



Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian



Gambar 3.2 Diagram Alir Extended Kalman Filter

BAB IV ANALISI DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas tentang estimasi koefisien hidrodinamika kapal dengan Extended Kalman Filter, kemudian disimulasikan menggunakan *software* MATLAB untuk memperoleh tingkat keakuratan dan menganalisis hasil yang akan diperoleh.

4.1 Model Matematika Dinamika Kapal X

Persamaan model dinamika kapal dideskripsikan pada bingkai *body-fixed* sebagai berikut :

$$\begin{aligned}(m - X_{\dot{u}})\dot{u} &= m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X \\ (m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= -mur + Y \\ -(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} &= mz_G ur + K \\ (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} &= -mx_G ur + N\end{aligned}\tag{4.1}$$

Keterangan

- m : massa
- x_G : posisi x pusat gravitasi
- z_G : posisi z pusat gravitasi
- I_x : momen inersia pada sumbu x
- I_z : momen inersia pada sumbu z
- $X_{\dot{u}}$: koefisien gaya massa tambahan pada u sepanjang sumbu x
- $Y_{\dot{v}}$: koefisien gaya massa tambahan pada v sepanjang sumbu y
- $Y_{\dot{p}}$: koefisien gaya massa tambahan pada p sepanjang sumbu y
- $Y_{\dot{r}}$: koefisien gaya massa tambahan pada r sepanjang sumbu y

- $K_{\dot{p}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap p
 $K_{\dot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap v
 $N_{\dot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap v
 $N_{\dot{r}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap r

Berikut adalah cara perhitungan numerik untuk mendapatkan massa tambahan dan momen inersia menggunakan *Theory Strip* dengan T adalah kedalaman kapal, L adalah panjang, B adalah lebar, C_B adalah koefisien blok, sehingga diperoleh:

Mendapatkan $Y_{\dot{v}}$

$$-\frac{Y_{\dot{v}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 1 + 0.16 \frac{C_B B}{T} - 5.1 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (4.2)$$

$$-\frac{Y_{\dot{v}}}{3.14 \left(\frac{0.2015}{4.0625}\right)^2} = 1 + 0.16 \frac{0.65(0.6335)}{0.2015} - 5.1 \left(\frac{0.6335}{4.0625}\right)^2$$

$$Y_{\dot{v}} = 1.202952(-0.0077249)$$

$$Y_{\dot{v}} = (-0.0100628514)$$

Mendapatkan $Y_{\dot{r}}$

$$-\frac{Y_{\dot{r}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 0.67 \frac{B}{L} - 0.0033 \left(\frac{B}{T}\right)^2 \quad (4.3)$$

$$-\frac{Y_{\dot{r}}}{3.14 \left(\frac{0.2015}{4.0625}\right)^2} = 0.67 \frac{0.6335}{4.0625} - 0.0033 \left(\frac{0.6335}{0.2015}\right)^2$$

$$Y_{\dot{r}} = 0.07186(-0.0077249)$$

$$Y_{\dot{r}} = -0.0005551176$$

Mendapatkan $N_{\dot{v}}$

$$-\frac{N_{\dot{v}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 1.1 \frac{B}{L} - 0.041 \frac{B}{T} \quad (4.4)$$

$$-\frac{N_{\dot{v}}}{3.14\left(\frac{0.2015}{4.0625}\right)^2} = 1.1 \frac{0.6335}{4.0625} - 0.041 \frac{0.6335}{0.2015}$$

$$N_{\dot{v}} = 0.04263(-0.0077249)$$

$$N_{\dot{v}} = -0.0003293247$$

Mendapatkan $N_{\dot{r}}$

$$-\frac{N_{\dot{r}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 0.083 + 0.017 \frac{C_B B}{T} - 0.33 \frac{B}{L} \quad (4.5)$$

$$-\frac{N_{\dot{r}}}{3.14\left(\frac{0.2015}{4.0625}\right)^2} = 0.083 + 0.017 \frac{0.65(0.6335)}{0.2015} - 0.33 \frac{0.6335}{4.0625}$$

$$N_{\dot{r}} = 0.06628(-0.0077249)$$

$$N_{\dot{r}} = -0.0005120114$$

Berikut adalah data parameter kapal non dimensional dengan perhitungan pada persamaan (4.2) sampai (4.5) dan sesuai dengan data yang telah didapatkan pada rujukan sebelumnya[7].

Tabel 4.1 Data Parameter Kapal X

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
$X_{\dot{u}}$	0.1	panjang(L)	3.6
$Y_{\dot{v}}$	-0.00929	lebar(B)	0.8
$Y_{\dot{r}}$	-0.00055	kedalaman kapal(T)	0.23
$Y_{\dot{p}}$	1	massa jenis air laut(ρ)	68.26
$K_{\dot{p}}, K_{\dot{v}}$	1	z_G	0.003
$N_{\dot{v}}$	-0.00033	x_G	0.35
$N_{\dot{r}}$	-0.0005	I_x	0.08583
massa(m)	108523.5	I_z	1.11575

Berdasarkan nilai parameter yang telah didapatkan, maka didapatkan model matematika dinamika kapal dengan substitusi parameter yang telah didapat sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 (m - X\dot{u})\dot{u} &= m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X \\
 \dot{u} &= \frac{(108523.5vr + 37983.225r^2 - 325.5705pr) + X}{(108523.4)} \\
 \dot{u} &= 1.000001vr + 0.35r^2 - 0.003pr + 0.00001X
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Telah didapatkan persamaan model dinamika kapal \dot{u}

$$\begin{aligned}
 (m - Y\dot{v})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= -mur + Y \\
 \dot{v} &= \frac{1287921085.93ur + Y - 362.5K - 34184.9N}{-1287921445.16} \\
 \dot{v} &= -0.99ur - 0.000000001Y + 0.0000003K + 0.00003N
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Telah didapatkan persamaan model dinamika kapal \dot{v}

$$\begin{aligned}
 -(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} &= mz_G ur + K \\
 \dot{p} &= \frac{325.57ur + K + 324.57\dot{v}}{-0.9} \\
 \dot{p} &= -1.1ur + 0.0000003Y - 1.1K - 0.01
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Telah didapatkan persamaan model dinamika kapal \dot{p}

$$\begin{aligned}
 (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} &= -mx_G ur + N \\
 \dot{r} &= \frac{-37983.23ur + N - (37983.225)\dot{v}}{1.12} \\
 \dot{r} &= -0.01ur + 0.00003Y - 0.01K - 0.12N
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Sehingga didapatkan persamaan model dinamika kapal berdasarkan perhitungan pada persamaan (4.6) sampai (4.9) dengan perbandingan model dengan kapal asli adalah 1:15 sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= 1.000001vr + 0.35r^2 - 0.003pr + 0.00001X \\
\dot{v} &= -0.99ur - 0.000000001Y + 0.00000003K + 0.00003N \\
\dot{p} &= -1.1ur + 0.0000003Y - 1.1K - 0.01N \\
\dot{r} &= -0.01ur + 0.00003Y - 0.01K - 0.12N \quad (4.10)
\end{aligned}$$

Dengan model kinematika kapal sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_0 &= u \cos \psi - u \sin \psi \cos \phi \\
\dot{y}_0 &= u \sin \psi - u \cos \psi \cos \phi \\
\dot{\phi} &= p \\
\dot{\psi} &= r \cos \phi
\end{aligned}$$

Dan model dinamis gaya eksternal sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
\ddot{X} &= w_X(t) \\
x_1 &= X \\
x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{X} \\
x_3 &= \dot{x}_2 = \ddot{X} \\
\ddot{Y} &= w_Y(t) \\
x_1 &= Y \\
x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{Y} \\
x_3 &= \dot{x}_2 = \ddot{Y} \\
\ddot{K} &= w_K(t) \\
x_1 &= K \\
x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{K} \\
x_3 &= \dot{x}_2 = \ddot{K} \\
\ddot{N} &= w_N(t) \\
x_1 &= N \\
x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{N} \\
x_3 &= \dot{x}_2 = \ddot{N}
\end{aligned}$$

4.2 Menentukan Variabel yang Akan Diestimasi

Untuk memudahkan perhitungan variabel yang akan diestimasi, maka diasumsikan :

$$x_1 = u$$

$$x_2 = v$$

$$x_3 = p$$

$$x_4 = r$$

$$x_5 = x_0$$

$$x_6 = y_0$$

$$x_7 = \phi$$

$$x_8 = \psi$$

$$x_9 = X$$

$$x_{10} = \dot{x}_9 = \dot{X}$$

$$x_{11} = \dot{x}_{10} = \ddot{X}$$

$$w_X(t) = \dot{x}_{11} = \ddot{X}$$

$$Y = x_{12} = Y$$

$$x_{13} = \dot{x}_{12} = \dot{Y}$$

$$x_{14} = \dot{x}_{13} = \ddot{Y}$$

$$w_Y(t) = \dot{x}_{14} = \ddot{Y}$$

$$x_{15} = K$$

$$x_{16} = \dot{x}_{15} = \dot{K}$$

$$x_{17} = \dot{x}_{16} = \ddot{K}$$

$$w_K(t) = \dot{x}_{17} = \ddot{K}$$

$$x_{18} = N$$

$$x_{19} = \dot{x}_{18} = \dot{N}$$

$$x_{20} = \dot{x}_{19} = \ddot{N}$$

$$w_N(t) = \dot{x}_{20} = \ddot{N} \quad (4.11)$$

Dimana x_1, x_2, x_3, x_4 merupakan model dinamika kapal, x_5, x_6, x_7, x_8 merupakan model kinematika, dan $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$ merupakan

model dinamis gaya eksternal. Sehingga variabel yang akan destimasi menggunakan Extended Kalman Filter menjadi :

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{19}, x_{20}]^T \quad (4.12)$$

4.3 Diskritisasi Model Sistem Kapal

Pada u atau x_1 adalah kecepatan *surge* yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$x_1 = 1.00000001x_2x_4 + 0.35x_4^2 - 0.003x_3x_4 + 0.00001x_9$$

$$\frac{x_{1k+1} - x_{1k}}{\Delta t} = (1.00000001 x_{2k}x_{4k} + 0.35x_{4k}^2 - 0.003x_{3k}x_{4k} + 0.00001x_{9k})$$

$$x_{1k+1} = \Delta t(1.00000001 x_{2k}x_{4k} + 0.35x_{4k}^2 - 0.003x_{3k}x_{4k} + 0.00001x_{9k}) + x_{1k}$$

Untuk v atau x_2 adalah kecepatan *sway* yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$x_2 = -0.99x_1x_4 - 0.0000000001x_{12} + 0.00000003x_{15} + 0.000003x_{18}$$

$$\frac{x_{2k+1} - x_{2k}}{\Delta t} = (-0.99x_{1k}x_{4k} - 0.0000000001x_{12k} + 0.00000003x_{15k} + 0.000003x_{18k})$$

$$x_{2k+1} = \Delta t(-0.99x_{1k}x_{4k} - 0.0000000001x_{12k} + 0.00000003x_{15k} + 0.000003x_{18k}) + x_{2k}$$

Pada p atau x_3 adalah kecepatan sudut *roll* yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$x_3 = -1.1x_1x_4 + 0.0000003x_{12} - 1.1x_{15} - 0.01x_{18}$$

$$\frac{x_{3k+1} - x_{3k}}{\Delta t} = (-1.1x_{1k}x_{4k} + 0.0000003x_{12k} - 1.1x_{15k} - 0.01x_{18k})$$

$$x_{3k+1} = \Delta t(-1.1x_{1k}x_{4k} + 0.0000003x_{12k} - 1.1x_{15k} - 0.01x_{18k}) + x_{3k}$$

Untuk r atau x_4 kecepatan sudut *yaw* yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$x_4 = -0.01x_1x_4 + 0.00003x_{12} - 0.01x_{15} - 0.12x_{18}$$

$$\frac{x_{4k+1} - x_{4k}}{\Delta t} = (-0.01x_{1k}x_{4k} + 0.00003x_{12k} - 0.01x_{15k} - 0.12x_{18k})$$

$$x_{4k+1} = \Delta t(-0.01x_{1k}x_{4k} + 0.00003x_{12k} - 0.01x_{15k} - 0.12x_{18k}) + x_{4k}$$

Pada x_0 atau x_5 adalah posisi di x yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$x_5 = x_{1k} \cos x_{8k} - x_{2k} \sin x_{8k} \cos x_{7k}$$

$$\frac{x_{5k+1} - x_{5k}}{\Delta t} = (x_{1k} \cos x_{8k} - x_{2k} \sin x_{8k} \cos x_{7k})$$

$$x_{5k+1} = \Delta t (x_{1k} \cos x_{8k} - x_{2k} \sin x_{8k} \cos x_{7k}) + x_{5k}$$

Untuk y_0 atau x_6 adalah posisi y yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$x_6 = x_{1k} \sin x_{8k} - x_{2k} \cos x_{8k} \cos x_{7k}$$

$$\frac{x_{6k+1} - x_{6k}}{\Delta t} = (x_{1k} \sin x_{8k} - x_{2k} \cos x_{8k} \cos x_{7k})$$

$$x_{6k+1} = \Delta t (x_{1k} \sin x_{8k} - x_{2k} \cos x_{8k} \cos x_{7k}) + x_{6k}$$

Pada ϕ atau x_7 adalah sudut *roll* yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$x_7 = x_3$$

$$\frac{x_{7k+1} - x_{7k}}{\Delta t} = (x_{3k})$$

$$x_{7k+1} = \Delta t (x_{3k}) + x_{7k}$$

Untuk ψ atau x_8 adalah sudut *yaw* merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$\begin{aligned}
x_8 &= x_{4k} \cos x_{7k} \\
\frac{x_{8k+1} - x_{8k}}{\Delta t} &= (x_{4k} \cos x_{7k}) \\
x_{8k+1} &= \Delta t (x_{4k} \cos x_{7k}) + x_{8k}
\end{aligned}$$

Pada x_9, x_{10}, x_{11} adalah gaya momen pada *surge* yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$\begin{aligned}
x_9 &= x_{10} \\
\frac{x_{9k+1} - x_{9k}}{\Delta t} &= (x_{10k}) \\
x_{9k+1} &= \Delta t (x_{10k}) + x_{9k}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{10} &= x_{11} \\
\frac{x_{10k+1} - x_{10k}}{\Delta t} &= (x_{11k}) \\
x_{10k+1} &= \Delta t (x_{11k}) + x_{10k}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{11} &= w_x(t) \\
\frac{x_{11k+1} - x_{11k}}{\Delta t} &= (w_x(t))_k \\
x_{11k+1} &= \Delta t (w_x(t)_k) + x_{11k}
\end{aligned}$$

Untuk x_{12}, x_{13}, x_{14} adalah gaya momen pada *sway* yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$x_{12} = x_{13}$$

$$\frac{x_{12_{k+1}} - x_{12_k}}{\Delta t} = (x_{13_k})$$

$$x_{12_{k+1}} = \Delta t(x_{13_k}) + x_{12_k}$$

$$x_{13} = x_{14}$$

$$\frac{x_{13_{k+1}} - x_{13_k}}{\Delta t} = (x_{14_k})$$

$$x_{13_{k+1}} = \Delta t(x_{14_k}) + x_{13_k}$$

$$x_{14} = w_Y(t)$$

$$\frac{x_{14_{k+1}} - x_{14_k}}{\Delta t} = (w_Y(t))$$

$$x_{14_{k+1}} = \Delta t(w_Y(t))_k + x_{14_k}$$

Pada x_{15}, x_{16}, x_{17} adalah gaya momen pada *roll* yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$x_{15} = x_{16}$$

$$\frac{x_{15_{k+1}} - x_{15_k}}{\Delta t} = (x_{16_k})$$

$$x_{15_{k+1}} = \Delta t(x_{16_k}) + x_{15_k}$$

$$x_{16} = x_{17}$$

$$\frac{x_{16_{k+1}} - x_{16_k}}{\Delta t} = (x_{17_k})$$

$$x_{16_{k+1}} = \Delta t(x_{17_k}) + x_{16_k}$$

$$x_{17} = w_K(t)$$

$$\frac{x_{17_{k+1}} - x_{17_k}}{\Delta t} = (w_K(t))_k$$

$$x_{17_{k+1}} = \Delta t(w_K(t))_k + x_{17_k}$$

Pada x_{18}, x_{19}, x_{20} adalah gaya momen pada *yaw* yang merupakan model sistem waktu kontinu, persamaan sistem tersebut diubah ke sistem dinamik waktu diskrit. Untuk mendapatkan sistem waktu diskrit digunakan metode beda hingga maju untuk memprediksi satu langkah kedepan.

$$\begin{aligned} x_{18} &= x_{19} \\ \frac{x_{18_{k+1}} - x_{18_k}}{\Delta t} &= (x_{19_k}) \end{aligned}$$

$$x_{18_{k+1}} = \Delta t(x_{19_k}) + x_{18_k}$$

$$\begin{aligned} x_{19} &= x_{20} \\ \frac{x_{19_{k+1}} - x_{19_k}}{\Delta t} &= (x_{20_k}) \end{aligned}$$

$$x_{19_{k+1}} = \Delta t(x_{20_k}) + x_{19_k}$$

$$\begin{aligned} x_{20} &= w_N(t) \\ \frac{x_{20_{k+1}} - x_{20_k}}{\Delta t} &= (w_N(t))_k \end{aligned}$$

$$x_{20_{k+1}} = \Delta t(w_N(t))_k + x_{20_k} \tag{4.13}$$

Sehingga dari persamaan (4.13) dapat dibentuk menjadi model sistem seperti dibawah ini

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ x_{15} \\ x_{16} \\ x_{17} \\ x_{18} \\ x_{19} \\ x_{20} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \Delta t(1.0003x_{2k}x_{4k} + 5.25151x_{4k}^2 - 0.05x_{3k}x_{4k} + 0.00288x_{9k}) + x_{1k} \\ \Delta t(-0.0151x_{1k}x_{4k} - 0.000000005x_{12k} + 0.0000001x_{15k} + 0.000008x_{18k}) + x_{2k} \\ \Delta t(18.68643x_{1k}x_{4k} - 0.0000001x_{12k} + 1.0939x_{15k} + 0.00016x_{18k}) + x_{3k} \\ \Delta t(-2.223x_{1k}x_{4k} + 0.00055x_{12k} - 0.0111x_{15k}) + x_{4k} \\ \Delta t(x_{1k} \cos x_{8k} - x_{2k} \sin x_{8k} \cos x_{7k}) + x_{5k} \\ \Delta t(x_{1k} \sin x_{8k} - x_{2k} \cos x_{8k} \cos x_{7k}) + x_{6k} \\ \Delta t(x_{3k}) + x_{7k} \\ \Delta t(x_{4k} \cos x_{7k}) + x_{8k} \\ \Delta t(x_{10k}) + x_{9k} \\ \Delta t(x_{11k}) + x_{10k} \\ \Delta t(w_X(t)_k) + x_{11k} \\ \Delta t(x_{13k}) + x_{12k} \\ \Delta t(x_{14k}) + x_{13k} \\ \Delta t(w_Y(t)_k) + x_{14k} \\ \Delta t(x_{16k}) + x_{15k} \\ \Delta t(x_{17k}) + x_{16k} \\ \Delta t(w_K(t)_k) + x_{17k} \\ \Delta t(x_{19k}) + x_{18k} \\ \Delta t(x_{20k}) + x_{19k} \\ \Delta t(w_n(t)_k) + x_{20k} \end{bmatrix}_k \quad (4.14)$$

Berdasarkan model sistem diatas, model sistem bersifat non linier karena pada setiap variable masih bergantung pada variable yang lain dan state space variable yang besar maka untuk mengestimasiya digunakan metode *Extended Kalman Filter* .

4.4 Data Pengukuran

Data perilaku gerak kapal didapatkan dari FRM *Test (Free Running Model)* melalui *Turning Test* yang diperoleh dari LHI (Laboratorium Hidrodinamika Indonesia). Data tersebut berupa p (kecepatan sudut roll), r (kecepatan sudut yaw), x_0 (posisi di sumbu x), y_0 (posisi di sumbu y), ϕ (sudut roll), ψ (sudut yaw).

Sehingga untuk model pengukurannya dibentuk dari data yang telah disebutkan diatas, dengan matriks H adalah

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4.5 Implementasi Extended Kalman Filter

Langkah awal dalam menjalankan algoritma Extended Kalman Filter adalah dengan memberi nilai awal pada variabel-variabel model matematika dinamika kapal.

Dengan model sistemnya adalah

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

Matriks dari variansi noise sistem merupakan matriks identitas 20x20. Noise sistem (w_k) berdistribusi normal dengan kovarian error (Q_k) sebesar 0.001 dan *mean* nol.

Dengan model pengukurannya adalah

$$z_k = h_k(x_k) + v_k$$

Vektor pengukuran H ditentukan dari variabel keadaan yang dijadikan variabel pengukuran yaitu $x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ meliputi kecepatan sudut *roll*, *yaw*, posisi x dan posisi y , ϕ (sudut *roll*), ψ (sudut *yaw*).

Sedangkan ukuran matriks variansi dari noise pengukuran berbentuk bujur sangkar berukuran sesuai dengan jumlah baris dari vektor observasi H yang dipilih. Noise pengukuran (V_k) berdistribusi normal dengan kovarian error (R_k) sebesar 0.005 dan *mean* nol.

Model pengukuran berasal dari data yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dengan uji PMM dari *turning test*.

Dengan asumsi

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k) \text{ dan } v_k \sim N(0, R_k)$$

1. Tahap Inisialisasi

Dalam tahap ini dilakukan inisialisasi awal dengan memasukkan nilai-nilai pada variabel yang akan diestimasi dibawah ini :

Tabel 4.2 Variabel yang diestimasi

Variabel	Nilai
$x_1(0)$	7.71
$x_2(0)$	0
$x_3(0)$	7,074351
$x_4(0)$	-1,49727
$x_5(0)$	0,403578
$x_6(0)$	-0,06867
$x_7(0)$	0,18665
$x_8(0)$	1,6092
$x_9(0)$	$5 \cdot (10)^4$
$x_{10}(0)$	3.6
$x_{11}(0)$	2.5
$x_{12}(0)$	-0,03
$x_{13}(0)$	0
$x_{14}(0)$	-0.72
$x_{15}(0)$	0
$x_{16}(0)$	0
$x_{17}(0)$	0.01
$x_{18}(0)$	0
$x_{19}(0)$	0
$x_{20}(0)$	0.01

Untuk inisialisasi nilai awal x_1 , didapat dari standart kecepatan kapal, sehingga didapat $x_1 = 15knot = 7.71m/s$

Untuk inisialisasi nilai awal x_3 , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{-0,05216698 - (-0,193654)}{0.02} = 7,074351$$

sehingga diperoleh non dimensional dari $x_3 = ,074351$

Untuk inisialisasi nilai awal x_4 , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{1,8222926 - 1,852238}{0.02} = -1,49727$$

Sehingga diperoleh non dimensional dari $x_4 = -1,49727$

Untuk inisialisasi nilai awal x_5 , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$1452,881 \text{ mm} = 1,452881 \text{ m}$$

Sehingga diperoleh non dimensional dari $x_5 = 0,403578$

Untuk inisialisasi nilai awal x_6 , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$-247,198 \text{ mm} = -0,2471 \text{ m}$$

Sehingga diperoleh non dimensional dari $x_6 = -0,06867$

Dan inisialisasi untuk estimasi awal (\hat{x}_0) dan kovarian X, (P_0) yaitu $\hat{x}_0 = \bar{x}_0, P_0 = P_{x_0}$ dimana P_{x_0} adalah matriks diagonal 20 x 20.

2. Tahap Prediksi

Metode Extended Kalman Filter membutuhkan sistem yang linier, maka dari itu pada tahap ini akan dilakukan linierisasi dengan metode Jacobbian untuk mendapatkan matriks A.

$$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j, k} (\hat{x}_k, u_k) \right]$$

Dimana,

$$x_1(k+1) = f_1(x_k, u_k)$$

$$f_1(x_k, u_k) = \Delta t (1.0000001 x_{2k} x_{4k} + 0.35 x_{4k}^2 - 0.003 x_{3k} x_{4k} + 0.00001 x_{9k}) + x_{1k}$$

Didapatkan turunan dari f_1 seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1, k} = 1$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2, k} = \Delta t (1.0000001 x_{4k})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_4, k} = \Delta t (1.0000001 x_{2k} + 0.35 x_{4k} - 0.003 x_{3k})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3, k} = \Delta t (-0.003 x_{4k})$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_9, k} = 0.000001 \Delta t$$

Untuk persamaan f_2

$$x_2(k+1) = f_2(x_k, u_k)$$

$$f_2(x_k, u_k) = \Delta t (-0.99 x_{1k} x_{4k} - 0.000000001 x_{12k} + 0.0000003 x_{15k} + 0.00003 x_{18k}) + x_{2k}$$

Sehingga didapatkan turunan dari f_2 seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2, k} = 1$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1, k} = \Delta t (-0.99 x_{4k})$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_4, k} = \Delta t(-0.99x_{1k})$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_{12}, k} = -0.000000001 \Delta t$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_{15}, k} = 0.00000003 \Delta t$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_{18}, k} = 0.000003 \Delta t$$

Dan untuk f_3

$$x_3(k+1) = f_3(x_k, u_k)$$

$$f_3(x_k, u_k) = \Delta t(-1.1x_{1k}x_{4k} + 0.00000003x_{12k} - 1.1x_{15k} - 0.01x_{18k}) + x_{3k}$$

Didapatkan turunan dari f_3 seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_1, k} = \Delta t(-1.1x_{4k})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_4, k} = \Delta t(-1.1x_{1k})$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_{12}, k} = 0.00000003\Delta t$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_{15}, k} = -1.1\Delta t$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_{18}, k} = -0.01\Delta t$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3, k} = 1$$

Selanjutnya pada persamaan f_4

$$x_4(k+1) = f_4(x_k, u_k)$$

$$f_4(x_k, u_k) = \Delta t(-0.01x_{1k}x_{4k} + 0.00003x_{12k} - 0.01x_{15k} - 0.12x_{18k}) + x_{4k}$$

Diperoleh turunan dari f_4 seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_{1,k}} = \Delta t(-0.01x_{4k})$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_{4,k}} = \Delta t(-0.01x_{1k})$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_{12,k}} = 0.00003\Delta t$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_{15,k}} = -0.01\Delta t$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_{18,k}} = -0.12\Delta t$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_{4,k}} = 1$$

Berdasarkan persamaan f_5

$$x_5(k+1) = f_5(x_k, u_k)$$

$$f_5(x_k, u_k) = \Delta t(x_{1k} \cos x_{8k} - x_{2k} \sin x_{8k} \cos x_{7k}) + x_{5k}$$

Didapatkan turunan dari f_5 seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_{1,k}} = \Delta t(\cos x_{8k})$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_{2,k}} = \Delta t(-\sin x_{8k} \cos x_{7k})$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_{8,k}} = \Delta t(-x_1 \sin x_{8k} - x_{2k} \cos x_{8k} \cos x_{7k})$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_{7,k}} = \Delta t(x_{2k} \sin x_{8k} \sin x_{7k})$$

Untuk persamaan f_6

$$x_6(k+1) = f_6(x_k, u_k)$$

$$f_6(x_k, u_k) = \Delta t(x_{1k} \sin x_{8k} - x_{2k} \cos x_{8k} \cos x_{7k}) + x_{6k}$$

Didapatkan turunan dari f_6 seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_6}{\partial x_{1,k}} = \Delta t(\sin x_{8k})$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial x_{2,k}} = \Delta t(\cos x_{8k} \cos x_{7k})$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial x_{8,k}} = \Delta t(x_{1k} \cos x_{8k} - x_{2k} \sin x_{8k} \cos x_{7k})$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial x_{7,k}} = \Delta t(-x_{2k} \cos x_{8k} \sin x_{7k})$$

Selanjutnya untuk persamaan f_7

$$x_7(k+1) = f_7(x_k, u_k)$$

$$f_7(x_k, u_k) = \Delta t(x_{3k}) + x_{7k}$$

Didapatkan turunan dari f_7 seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_7}{\partial x_{3,k}} = 1\Delta t$$

$$\frac{\partial f_7}{\partial x_{7,k}} = 1$$

Untuk persamaan f_8

$$x_8(k+1) = f_8(x_k, u_k)$$

$$f_8(x_k, u_k) = \Delta t(x_{4k} \cos x_{7k}) + x_{8k}$$

Didapatkan turunan dari f_8 seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_8}{\partial x_{4,k}} = \Delta t(\cos x_{7k})$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial x_{7,k}} = \Delta t(-x_{4k} \sin x_{7k})$$

Pada persamaan f_9, f_{10}, f_{11}

$$x_9(k+1) = f_9(x_k, u_k)$$

$$f_9(x_k, u_k) = \Delta t(x_{10k}) + x_{9k}$$

Didapatkan turunan dari f_9 seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_9}{\partial x_{10,k}} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial x_9,k} = 1$$

$$x_{10}(k+1) = f_{10}(x_k, u_k)$$

$$f_{10}(x_k, u_k) = \Delta t(x_{11k}) + x_{10k}$$

Didapatkan turunan dari f_{10} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial x_{11,k}} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial x_{10,k}} = 1$$

$$x_{11}(k+1) = f_{11}(x_k, u_k)$$

$$f_{11}(x_k, u_k) = \Delta t(w_X(t)_k) + x_{11k}$$

Didapatkan turunan dari f_{11} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial w_X(t)_k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{11}}{\partial x_{11},k} = 1$$

Untuk persamaan f_{12}, f_{13}, f_{14}

$$x_{12}(k+1) = f_{12}(x_k, u_k)$$

$$f_{12}(x_k, u_k) = \Delta t(x_{13_k}) + x_{12_k}$$

Didapatkan turunan dari f_{12} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial x_{13},k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{12}}{\partial x_{12},k} = 1$$

$$x_{13}(k+1) = f_{13}(x_k, u_k)$$

$$f_{13}(x_k, u_k) = \Delta t(x_{14_k}) + x_{13_k}$$

Didapatkan turunan dari f_{13} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{13}}{\partial x_{14},k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{13}}{\partial x_{13},k} = 1$$

$$x_{14}(k+1) = f_{14}(x_k, u_k)$$

$$f_{14}(x_k, u_k) = \Delta t(w_Y(t)_k) + x_{14_k}$$

Didapatkan turunan dari f_{14} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{14}}{\partial w_Y(t)_k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{14}}{\partial x_{14}, k} = 1$$

Selanjutnya pada persamaan f_{15}, f_{16}, f_{17}

$$x_{15}(k+1) = f_{15}(x_k, u_k)$$

$$f_{15}(x_k, u_k) = \Delta t(x_{16k}) + x_{15k}$$

Didapatkan turunan dari f_{15} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{15}}{\partial x_{16}, k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{15}}{\partial x_{15}, k} = 1$$

$$x_{16}(k+1) = f_{16}(x_k, u_k)$$

$$f_{16}(x_k, u_k) = \Delta t(x_{17k}) + x_{16k}$$

Didapatkan turunan dari f_{16} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{16}}{\partial x_{17}, k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{16}}{\partial x_{16}, k} = 1$$

$$x_{17}(k+1) = f_{17}(x_k, u_k)$$

$$f_{17}(x_k, u_k) = \Delta t(w_K(t)_k) + x_{17k}$$

Didapatkan turunan dari f_{17} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{17}}{\partial w_K(t)_k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{17}}{\partial x_{17}, k} = 1$$

Dan untuk persamaan f_{18}, f_{19}, f_{20}

$$x_{18}(k+1) = f_{18}(x_k, u_k)$$

$$f_{18}(x_k, u_k) = \Delta t(x_{19_k}) + x_{18_k}$$

Didapatkan turunan dari f_{18} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{18}}{\partial x_{19,k}} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{18}}{\partial x_{18,k}} = 1$$

$$x_{19}(k+1) = f_{19}(x_k, u_k)$$

$$f_{19}(x_k, u_k) = \Delta t(x_{20_k}) + x_{19_k}$$

Didapatkan turunan dari f_{19} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{19}}{\partial x_{20,k}} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{19}}{\partial x_{19,k}} = 1$$

$$x_{20}(k+1) = f_{20}(x_k, u_k)$$

$$f_{20}(x_k, u_k) = \Delta t(w_N(t)_k) + x_{20_k}$$

Didapatkan turunan dari f_{20} seperti dibawah ini

$$\frac{\partial f_{20}}{\partial w_N(t)_k} = \Delta t$$

$$\frac{\partial f_{20}}{\partial x_{20,k}} = 1 \quad (4.16)$$

Sehingga didapatkan matriks A sebagai berikut dengan $\Delta t = 0,8$

Dihitung kovarian error dan estimasi yaitu

$$\text{Kovarian error} : P_{k+1}^- = AP_k + P_k A^T + G_k Q_k G_k^T$$

$$\text{Estimasi} : \hat{X}_k^- = f(\hat{X}_k, u_k)$$

Dimana Q_k merupakan kovarian dari noise sistem yang berupa matriks diagonal 20×20 .

3. Tahap Koreksi

Pada tahap ini akan dihitung Kalman Gain, Kovarian Error, dan Estimasi melalui model pengukuran

$$\text{Kalman Gain} : K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T [H_k P_{k+1}^- H^T + R_{k+1}^p]^{-1}$$

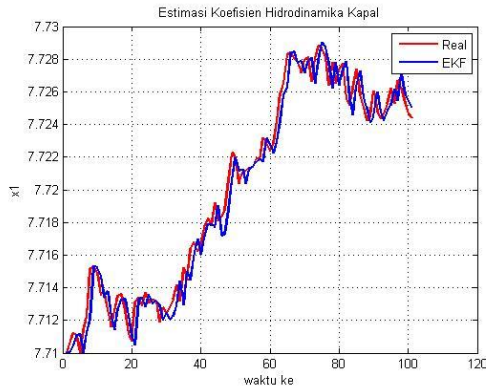
$$\text{Kovarian Error} : P_{k+1} = [I - K_k H] P_{k+1}^-$$

$$\text{Estimasi} : \hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1} (z_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1}^-))$$

Dimana z_k merupakan data pengukuran yang diambil dari data *Turning Test* yang didapat dari Lembaga Hidrodinamika Indonesia (LHI). Data tersebut berupa p (kecepatan sudut roll), r (kecepatan sudut yaw), x_0 (posisi di sumbu x), y_0 (posisi di sumbu y) sebanyak 20 untuk setiap variabel.

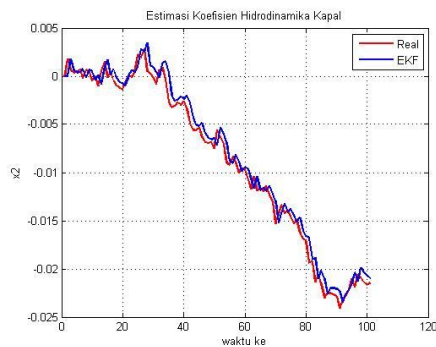
4.6 Simulasi Extended Kalman Filter

Simulasi akan dilakukan dengan menerapkan algoritma Extended Kalman Filter untuk model matematika dinamika kapal X. Hasil simulasi akan dievaluasi dengan membandingkan nilai real dengan hasil estimasi Ekstended Kalman Filter (EKF). Dan akan ditampilkan pula nilai RMSE dari masing-masing variabel. Simulasi pada percobaan ini diberikan kondisi awal seperti tabel 4.2. Pada simulasi dengan menggunakan MATLAB dilakukan *running* sebanyak 10 kali dengan iterasi 100 didapatkan hasil seperti dibawah ini.



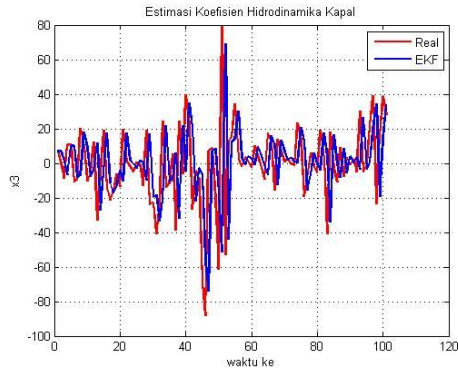
Gambar 4.1 Estimasi kecepatan sudut *surge*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada kecepatan sudut *surge* yang ditunjukkan pada Gambar 4.1 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 7,71 dan nilai RMSE yaitu 0,000077175.



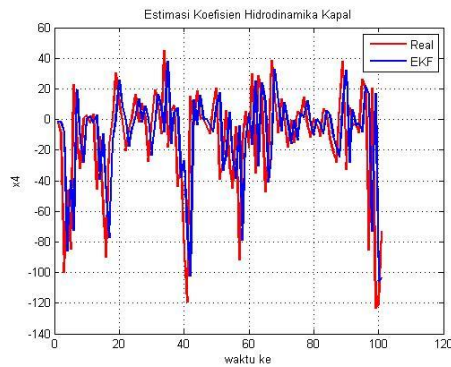
Gambar 4.2 Estimasi kecepatan sudut *sway*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada kecepatan sudut *surge* yang ditunjukkan pada Gambar 4.2 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 0 dan nilai RMSE yaitu 0,000092068.



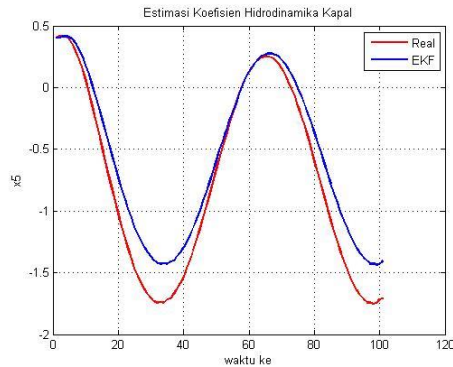
Gambar 4.3 Estimasi kecepatan sudut *roll*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada kecepatan sudut *roll* yang ditunjukkan pada Gambar 4.3 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 2,0175 dan nilai RMSE yaitu 0,6901.



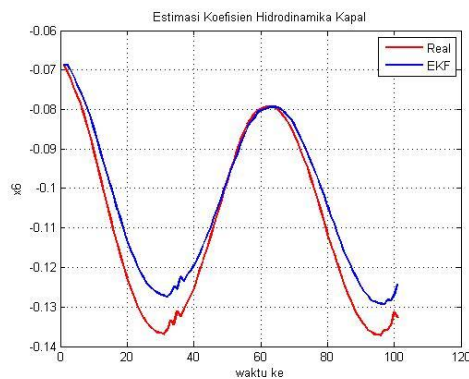
Gambar 4.4 Estimasi kecepatan sudut *yaw*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada kecepatan sudut *yaw* yang ditunjukkan pada Gambar 4.4 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar -0,427 dan nilai RMSE yaitu 0,4348.



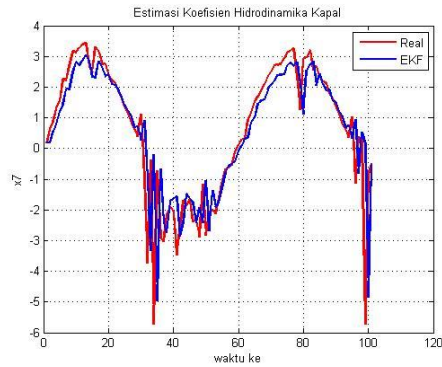
Gambar 4.5 Estimasi posisi di sumbu x

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada posisi di sumbu x yang ditunjukkan pada Gambar 4.5 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 1,452881 dan nilai RMSE yaitu 0,1023.



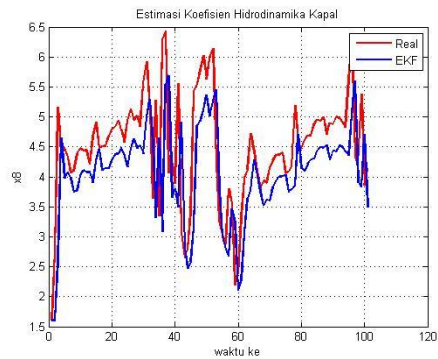
Gambar 4.6 Estimasi posisi di sumbu y

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada posisi di sumbu y yang ditunjukkan pada Gambar 4.6 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar - 0,2472 dan nilai RMSE yaitu 0,0023.



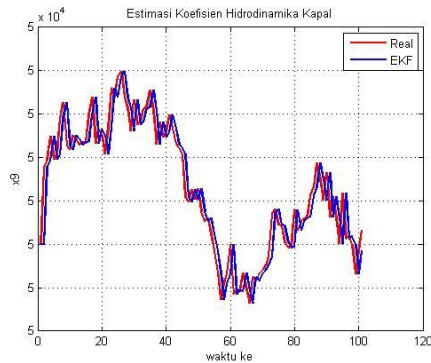
Gambar 4.7 Estimasi sudut *roll*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada sudut *roll* yang ditunjukkan pada Gambar 4.7 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 0,18665 dan nilai RMSE yaitu 0,3894.



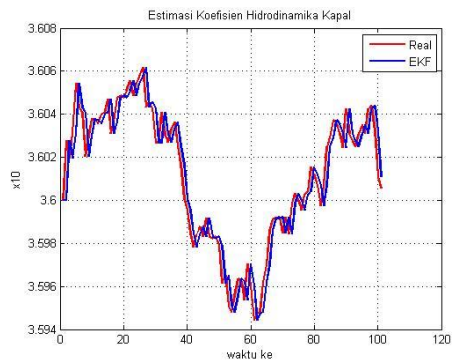
Gambar 4.8 Estimasi sudut *yaw*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada sudut *yaw* yang ditunjukkan pada Gambar 4.8 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 1,6092 dan nilai RMSE yaitu 0,0849.



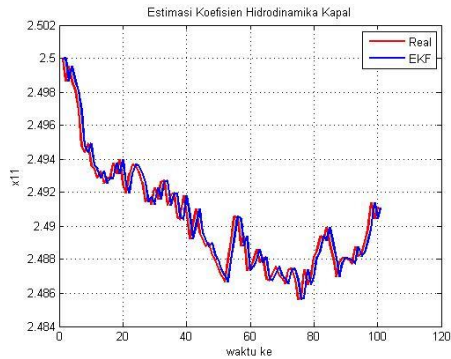
Gambar 4.9 Estimasi gaya momen pada *surge*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *surge* yang ditunjukkan pada Gambar 4.9 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 5×10^4 dan nilai RMSE yaitu 0,00010666.



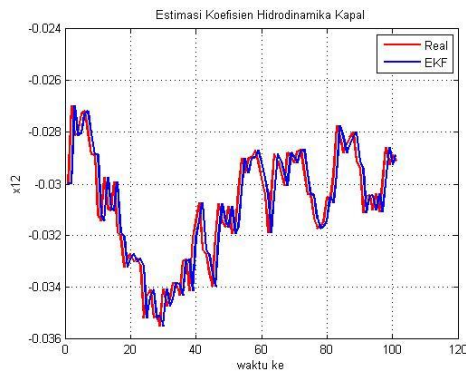
Gambar 4.10 Estimasi gaya momen pada *surge*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *surge* yang ditunjukkan pada Gambar 4.10 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 3,6 dan nilai RMSE yaitu 0,00020992.



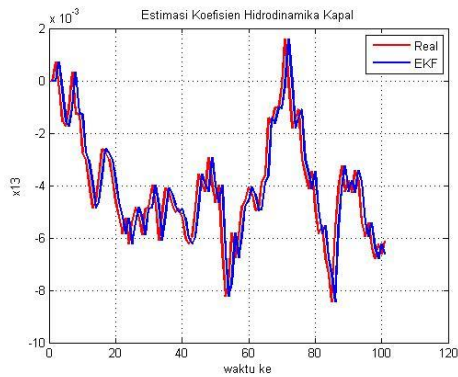
Gambar 4.11 Estimasi gaya momen pada *surge*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *surge* yang ditunjukkan pada Gambar 4.11 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 2,5 dan nilai RMSE yaitu 0,000063848.



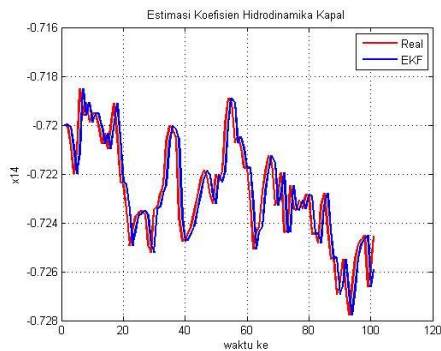
Gambar 4.12 Estimasi gaya momen pada *sway*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *sway* yang ditunjukkan pada Gambar 4.12 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar -0,03 dan nilai RMSE yaitu 0,000037156.



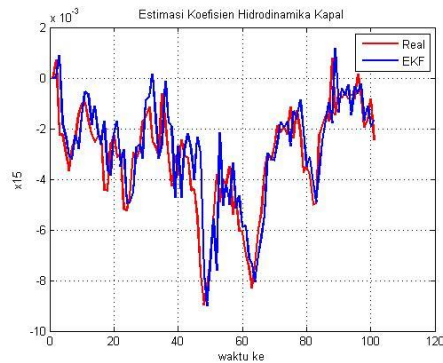
Gambar 4.13 Estimasi gaya momen pada sway

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *sway* yang ditunjukkan pada Gambar 4.13 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 0 dan nilai RMSE yaitu 0,000037418.



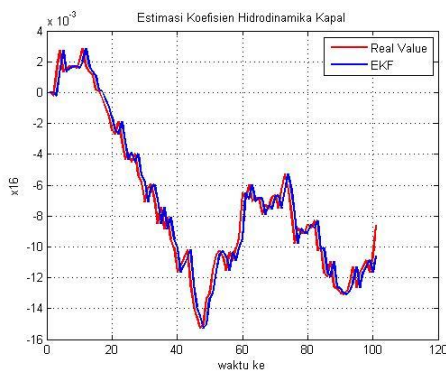
Gambar 4.14 Estimasi gaya momen pada sway

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *sway* yang ditunjukkan pada Gambar 4.14 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar -0,72 dan nilai RMSE yaitu 0,000069535.



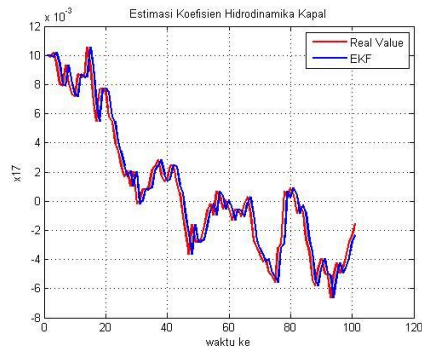
Gambar 4.15 Estimasi gaya momen pada *roll*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *roll* yang ditunjukkan pada Gambar 4.15 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 0 dan nilai RMSE yaitu 0,00011039.



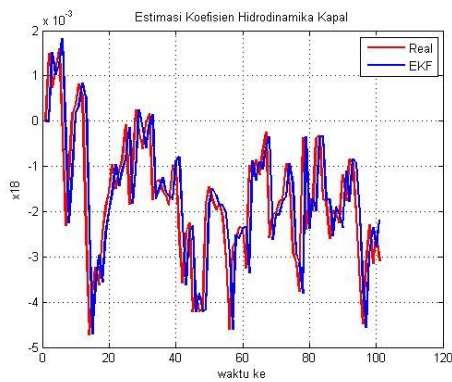
Gambar 4.16 Estimasi gaya momen pada *roll*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *roll* yang ditunjukkan pada Gambar 4.16 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 0 dan nilai RMSE yaitu 0,00010336.



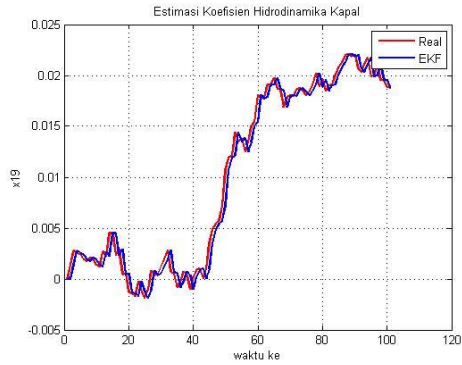
Gambar 4.17 Estimasi gaya momen pada *roll*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *roll* yang ditunjukkan pada Gambar 4.17 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 0,01 dan nilai RMSE yaitu 0,000041979.



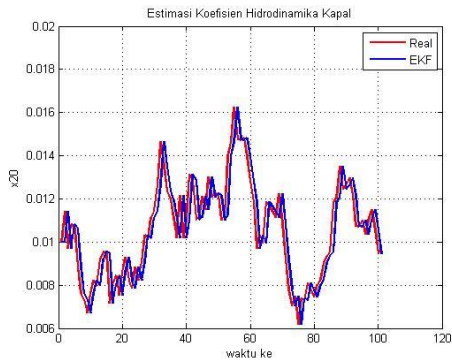
Gambar 4.18 Estimasi gaya momen pada *yaw*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *yaw* yang ditunjukkan pada Gambar 4.18 bahwa plot estimasi tidak mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 0 dan nilai RMSE yaitu 0,000023939.



Gambar 4.19 Estimasi gaya momen pada *yaw*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *yaw* yang ditunjukkan pada Gambar 4.19 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 0 dan nilai RMSE yaitu 0,000067402.



Gambar 4.20 Estimasi gaya momen pada *yaw*

Grafik estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen pada *yaw* yang ditunjukkan pada Gambar 4.20 bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan nilai realnya sebesar 0,01 dan nilai RMSE yaitu 0,00010952.

4.7 Implementasi Regresi Linier

Pada tahap ini akan dilakukan estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen yang bekerja pada Y (*sway*). Berikut merupakan Persamaan Gaya momen yang bekerja pada *sway* :

$$Y = Y_{ur}ur + Y_vv + Y_rr + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrrr}r^3 + Y_pp + Y_\phi\phi + Y_{vv\phi}v^2\phi + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta + Y_{\delta\delta\delta}\delta^2 \quad (4.17)$$

Persamaan tersebut dapat digunakan untuk mencari koefisien hidrodinamika kapal dengan menggunakan metode Regresi Linear menggunakan *software* Minitab. Variable yang sudah didapatkan pada simulasi pada tahap sebelumnya yaitu Y, u, v, p, r , dan ϕ yang mana digunakan untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal, untuk mempermudah perhitungan, maka dimisalkan:

$$\begin{aligned} ur &= x_1 \\ v &= x_2 \\ r &= x_3 \\ v^3 &= x_4 \\ v^2r &= x_5 \\ vr^2 &= x_6 \\ r^3 &= x_7 \\ p &= x_8 \\ \phi &= x_9 \\ v^2\phi &= x_{10} \\ v\phi^2 &= x_{11} \\ r^2\phi &= x_{12} \\ r\phi^2 &= x_{13} \\ \delta &= x_{14} \\ \delta^2 &= x_{15} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Dengan Y merupakan variable terikat (respon) dan $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}$

merupakan variable bebas (*predictor*), maka terdapat hubungan fungsional antara X dan Y . Regresi sederhana bertujuan untuk mempelajari hubungan antara dua variabel. Model regresi sederhana adalah sebagai berikut.

$$Y = Hx_i + \varepsilon$$

$$Y = (Y_{ur}x_1 + Y_vx_2 + Y_rx_3 + Y_{vvv}x_4 + Y_{vvr}x_5 + Y_{vrr}x_6 + Y_{rrr}x_7 + Y_px_8 + Y_\phi x_9 + Y_{vv\phi}x_{10} + Y_{v\phi\phi}x_{11} + Y_{rr\phi}x_{12} + Y_{r\phi\phi}x_{13} + Y_\delta x_{14} + Y_{\delta\delta\delta}x_{15}) + \varepsilon \quad (4.19)$$

Dimana H merupakan matriks berukuran 100×15 , dan x_i merupakan matriks berukuran 15×1 yang merupakan koefisien hidrodinamika kapal yang akan diestimasi menggunakan *Software Minitab*

4.8 Simulasi Regresi

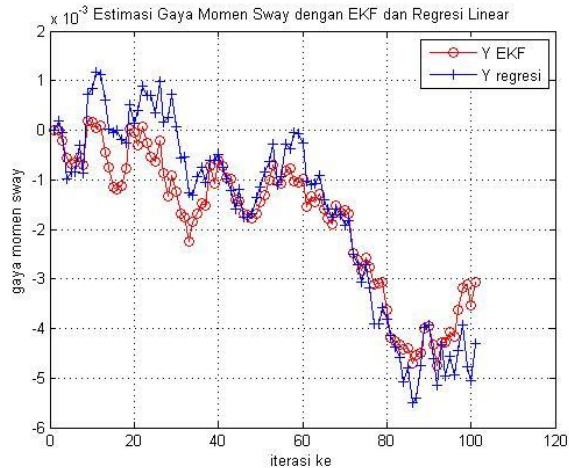
Berikut koefisien hidrodinamika yang didapatkan menggunakan *software Minitab*:

Table 4.3 Simulasi Minitab

koefisien	Nilai estimasi	koefisien	Nilai estimasi
Y_{ur}	0.000001316	Y_ϕ	0.000004419
Y_v	0.000006622	$Y_{vv\phi}$	0.000007848
Y_r	0.000010228	$Y_{v\phi\phi}$	0.000002091
Y_{vvv}	0.000029718	$Y_{rr\phi}$	0.000000026
Y_{vvr}	0.000001820	$Y_{r\phi\phi}$	0.000000286
Y_{vrr}	0.000000009	Y_δ	0.000001026
Y_{rrr}	0.000000930	$Y_{\delta\delta\delta}$	0.000000570
Y_p	0.000000310		

Selanjutnya dilakukan tahap validasi yaitu dengan mengalikan koefisien hidrodinamika yang telah didapatkan dengan variabel *predictor*, sehingga didapatkan Y estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen yang bekerja pada *sway*. Berikut plot perbandingan antara Y estimasi dengan

menggunakan metode Extended Kalman Filter (EKF) dan Y estimasi dengan menggunakan metode Regresi Linear.



Gambar 4.21 Estimasi gaya momen sway

Gambar diatas menunjukkan bahwa Y estimasi menggunakan metode Regresi linear mengikuti pola Y estimasi dengan Extended Kalman Filter dengan RMSE sebesar 0.0022754.

4.9 Cek Pergerakan Kapal

Pada percobaan ini, akan dilakukan plot lintasan kapal dari x_5 dan x_6 pada posisi awal yang diambil pada data pengukuran dan dibandingkan dengan hasil estimasi dengan menggunakan metode Extended Kalman Filter. Sehingga didapatkan gambar lintasan pada gambar 4.22

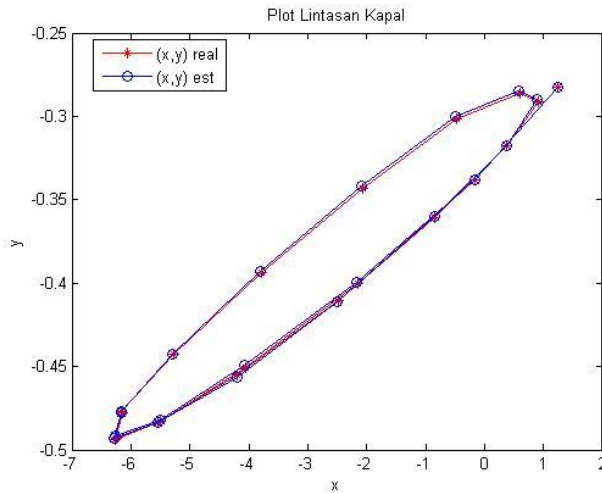
Tabel 4.4 Data awal posisi x dan y

x_5 (posisi di x)	x_6 (posisi di y)
1,452881	-0,2472
1,251287	-0,28271
-0,15741	-0,33814
-2,14838	-0,40019
-4,05833	-0,45032
-5,49176	-0,48292
-6,25175	-0,49298
-6,15595	-0,47696
-5,27231	-0,44246
-3,79273	-0,39385
-2,07444	-0,34319
-0,47943	-0,30138
0,600169	-0,28627
0,904121	-0,29098
0,385789	-0,31745
-0,83599	-0,36045
-2,48638	-0,41068
-4,18804	-0,45516
-5,53733	-0,48386
-6,26635	-0,49384

Tabel 4.5 Hasil estimasi posisi x dan y

x_5 (posisi di x)	x_6 (posisi di y)
1,474914	-0,26574
0,570104	-0,31249
-1,26047	-0,37335
-3,26239	-0,42989
-4,94514	-0,47179
-6,01107	-0,4909
-6,27114	-0,48363
-5,73892	-0,45859
-4,48753	-0,41552
-2,82949	-0,36452
-1,13471	-0,31698
0,24765	-0,29022
0,871032	-0,2861
0,704982	-0,30376
-0,23643	-0,33989
-1,74163	-0,38875
-3,46895	-0,43699
-5,02002	-0,47444
-6,03578	-0,49208
-6,28559	-0,48512

Sehingga didapatkan Lintasan kapal seperti dibawah ini :



Gambar 4.22 plot gabungan lintasan kapal

Gambar diatas menunjukkan lintasan kapal yang sedang melakukan turning, data lintasan kapal ini diperoleh dari Laboratorium Hidrodinamika Kapal (LHI) dengan uji *Free Running Model (FRM) Test* yang diambil sebanyak 20 data. Grafik hasil simulasi metode Extended Kalman Filter menunjukkan bahwa plot estimasi mengikuti pola plot *real* dengan data real dengan RMSE x sebesar 0,1023 dan y sebesar 0,0023.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini diperoleh kesimpulan dari hasil analisa dan pembahasan dari penerapan metode Ekstended Kalman Filter untuk estimasi koefisien hidrodinamika sebuah kapal X, saran untuk keberlanjutan Tugas Akhir ini diberikan setelah uraian kesimpulan disampaikan.

5.1 Kesimpulan

Berikut merupakan Kesimpulan dari hasil analisa dan pembahasan yang dibahas pada bab sebelumnya.

1. Metode Ekstended Kalman Filter dapat diterapkan untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika pada kapal dengan akurat, hal ini disebabkan dikarenakan hasil RMSE yang relatif kecil pada simulasi yang dilakukan dengan iterasi sebanyak 100 kali. Dengan nilai RMSE pada x_3 (p) sebesar 0,6901, x_4 (r) sebesar 0,4348, x_5 (x_0) sebesar 0,1023, x_5 (y_0) sebesar 0,0023, x_7 (ϕ) sebesar 0,3984, x_8 (ψ) sebesar 0,0849. Dari nilai estimasi dengan Extended Kalman Filter yang relatif kecil, maka metode Extended Kalman Filter dapat dijadikan alternatif perhitungan numerik.
2. Metode regresi linier dapat diterapkan untuk mengestimasi koefisien Hidrodinamika Kapal pada gaya momen yang bekerja pada *sway* yaitu $Y_{ur} = 0.000001316, Y_v = 0.000006622, Y_r = 0.000010228, Y_{vvv} = 0.000029718, Y_{vvr} = 0.000001820, Y_{vrr} = 0.000000009, Y_{rrr} = 0.00000093, Y_p = 0.00000031, Y_\phi = 0.000004419, Y_{v\phi} = 0.000007848, Y_{v\phi\phi} = 0.000002091, Y_{rr\phi} = 0.000000026, Y_{r\phi\phi} = 0.000000286, Y_\delta = 0.000001026, Y_{\delta\delta\delta} = 0.000000570$ dan RMSE sebesar 0,0022754.
3. Lintasan kapal pada saat setelah diestimasi dengan Extended Kalman Filter dapat disimpulkan bahwa lintasan kapal berada

pada posisi sesuai yang diinginkan dengan nilai RMSE pada x sebesar 0,1023 dan y sebesar 0,0023.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, permasalahan yang dibahas masih jauh dari sempurna. Sehingga untuk memperbaiki penelitian dapat dilakukan saran berikut :

1. Menggunakan 6 derajat kebebasan kapal sebagai batasan masalah untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal.
2. Membandingkan hasil estimasi dengan metode lain untuk mengukur keakuratan hasil estimasi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Pria,I.K.A, Peranan Hidrodinamika Dalam Bidang Desain Kapal dan Kehidupan Sehari-hari: Teknik Kelautan Institut Teknologi Sepuluh Nopember
- [2] Anonym.2015.<http://www.definisimenurutparaahli.com/pengertian-manuver.html>,11 januari 2016 pukul 15:20 WIB.
- [3] Hyeon Kyu Yoon, Nam Sun Son dan Gyeong Joong Lee(2007). *Estimation of the Roll Hydrodynamic Moment Model of a Ship by Using the System Identification Method and the Free Running Model Test*: Maritime and Engineering Reaseach Institute, Korea, Daejon 305-600
- [4] Ichwan, A.(2010). Estimasi Posisi dan Kecepatan Kapal Selam Menggunakan Metode Extended Kalman Filter: Tugas Akhir Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember
- [5] Nathanael, L.G, D. I. Estimasi Variabel Dinamik Kapal Menggunakan Metode Kalman Filter: Teknik Fisika Institut Teknologi Sepuluh Nopember
- [6] Gazali, W. Penurunan Rumus Euler: Matematika Universitas Bina Nusantara Jakarta.
- [7] Fossen, T.I., *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, USA: John Willey & Sons,Inc, 1994,pp. 1-292
- [8] Kleeman, L. (2007). *Understanding and Applying Kalman Filtering*. Clayton: Monash University.
- [9] Lewis, F. L. (1998). *Optimal Estimation with An Introduction to Stochastic Control Theory*. Georgia: School of Electrical Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta.
- [10] Wicaksono, R.D.(2010). Penerapan Extended Kalman Filter untuk Mendeteksi Waktu Terjadinya Kerak pada alat penukar panas.

- [11] Welch, G. & Bishop, G. (2006). *An Introduction to The Kalman Filter*. University of North Carolina
- [12] Yoon, H.K. , dkk. 2003. *Identification of Hydrodynamic Coefficients in Ship Maneuvering Equations of Motion by Estimation – Before – Modeling Technique*. South Korea: Seoul National University.

**LAMPIRAN
DATA DARI LHI**

p	r	x_0	y_0	ϕ	ψ
7,074351	-1,49727	0,403578	-0,06867	0,18665	1,6092
0,19987	-8,94331	0,416085	-0,07025	0,6284	2,76313
-8,82058	-100,005	0,417663	-0,07201	0,89829	5,15563
10,57909	-46,2524	0,408451	-0,07425	1,30419	4,36241
10,78948	-84,517	0,386363	-0,07645	1,56204	4,48118
-10,6632	22,67123	0,34758	-0,07853	2,25162	4,32917
-9,33779	-16,5366	0,293252	-0,08128	2,22873	4,07064
20,06591	-32,2948	0,225288	-0,08418	2,71138	4,09799
9,669156	0,738117	0,145078	-0,08733	3,15816	4,38263
-10,4634	2,538701	0,054677	-0,09065	3,12929	4,47284
-5,63143	-2,34935	-0,04372	-0,09393	3,27888	4,43194
12,5287	3,618701	-0,14819	-0,09733	3,39529	4,444
-32,8348	-45,8123	-0,2572	-0,10092	3,42844	4,21183
-6,62552	-10,7719	-0,36917	-0,10433	2,66663	4,67334
19,15597	-58,3691	-0,48336	-0,1077	2,48715	4,91501
-14,6536	-90,2712	-0,59677	-0,11116	3,30646	4,47369
-21,3282	-16,2561	-0,70767	-0,11422	3,13412	4,50619
-15,9423	0,795974	-0,81722	-0,11713	2,74373	4,51582
-5,87688	30,34695	-0,92467	-0,11992	2,76208	4,67965
-13,1967	10,69656	-1,02763	-0,12267	2,45325	4,79093
19,48383	-1,3763	-1,12731	-0,12509	2,22626	4,83522
0,960779	-20,5182	-1,22012	-0,12745	2,13172	4,93743
-1,79532	-5,94877	-1,30677	-0,12945	1,8938	4,78142
-4,81442	1,169416	-1,38754	-0,13125	1,60383	4,58411
0,482143	16,25084	-1,46258	-0,13282	1,36117	4,94711

p	r	x_0	y_0	ϕ	ψ
-0,63117	-1,88649	-1,52549	-0,13415	1,13995	5,13774
-12,7917	10,36519	-1,58582	-0,1351	0,8144	4,94823
19,02448	0,687273	-1,63457	-0,13584	0,66089	5,0219
-23,8687	-27,291	-1,67725	-0,13645	0,39802	4,84429
-22,7975	-4,76357	-1,7093	-0,13652	1,11847	5,55285
-40,7244	19,53292	-1,7366	-0,13694	-0,97415	5,92848
-26,3355	9,311494	-1,74175	-0,13582	-3,73668	5,11688
24,22812	-9,53942	-1,73679	-0,13353	-0,3827	3,6446
-13,8927	45,02338	-1,74284	-0,13441	-5,71014	5,2839
-11,7923	-18,3355	-1,71803	-0,13106	-0,73474	3,34663
5,783961	5,563052	-1,70999	-0,13249	-2,91227	6,28102
-38,5609	9,034481	-1,67359	-0,13044	-3,02239	6,4364
24,73481	-44,031	-1,63334	-0,12898	-2,15531	4,06811
-6,29766	-31,1675	-1,58624	-0,12709	-1,89633	4,2213
39,61286	-88,0393	-1,52936	-0,12515	-2,05547	3,88353
23,09201	-119,429	-1,46453	-0,12291	-3,48291	5,56337
-26,6634	15,11299	-1,39308	-0,12008	-2,64967	3,0655
-4,31123	-3,71338	-1,31623	-0,11761	-1,68704	2,64587
-8,76273	18,78253	-1,23231	-0,11502	-1,84828	2,78687
-69,1165	0,273506	-1,14505	-0,11219	-1,67812	3,42189
-88,0656	0,660974	-1,05354	-0,1094	-2,37718	5,42028
7,02	-4,59351	-0,9604	-0,10633	-2,3291	5,54992
8,790779	-9,47104	-0,86473	-0,10363	-2,89734	5,78691
-20,7988	9,078312	-0,76978	-0,10077	-1,15438	6,03113
-61,4846	20,72864	-0,66451	-0,09814	-2,83289	5,63362
79,84286	-38,9028	-0,57623	-0,09533	-2,08322	5,98529
-52,9779	-27,2823	-0,47777	-0,09286	-1,99467	6,13599
13,24227	5,897922	-0,38557	-0,09018	-2,11961	4,22836

p	r	x_0	y_0	ϕ	ψ
15,0376	-30,1331	-0,30035	-0,08763	-1,60497	3,27989
34,59682	-44,948	-0,21453	-0,08555	-1,12175	3,03967
2,473831	-4,68994	-0,13318	-0,08372	-0,6643	2,88004
-1,93558	-91,9929	-0,04498	-0,08248	-0,62136	3,80215
3,317143	-16,449	0,022552	-0,08118	-0,53517	3,54837
1,569156	5,12474	0,078734	-0,08039	-0,09685	2,19215
-2,40195	-18,8316	0,122905	-0,07996	0,11993	2,39195
10,15305	29,93669	0,166714	-0,07952	0,28867	3,32754
3,674805	-35,0106	0,202446	-0,07928	0,34302	3,98121
-2,46331	28,5376	0,229516	-0,07935	0,95725	4,12337
-9,07481	13,19318	0,24495	-0,07946	1,17246	4,7272
17,3887	-47,4586	0,253049	-0,08003	1,54022	4,41472
12,09565	-27,5716	0,251145	-0,08083	1,68807	4,09784
-15,5934	38,36455	0,240463	-0,08188	1,89133	3,80771
14,20305	13,1476	0,220441	-0,08308	2,08978	3,93265
7,29526	-8,65753	0,191133	-0,08462	2,30811	3,89994
1,00987	13,62448	0,153306	-0,08629	2,48934	4,16002
2,317792	-1,40786	0,107164	-0,08818	2,69668	4,27651
-0,33312	-18,0584	0,052916	-0,09027	2,72756	4,36242
-0,92922	-0,65221	-0,00863	-0,09265	2,75234	4,36813
23,40935	-15,1708	-0,07721	-0,09484	2,92306	4,40878
13,57013	5,068636	-0,1519	-0,09751	3,10932	4,06489
-19,3383	1,933831	-0,23222	-0,10012	3,1754	4,08965
-8,63474	14,64838	-0,31719	-0,10283	3,26466	4,1686
6,013636	-3,77123	-0,40616	-0,10561	2,34615	5,19647
-2,05831	-11,4645	-0,49963	-0,10849	1,26496	4,55819
-5,62792	0,564545	-0,59796	-0,11156	2,91283	4,47071
19,14195	-3,5661	-0,69066	-0,11408	2,96928	4,62044

p	r	x_0	y_0	ϕ	ψ
2,636883	-10,935	-0,78741	-0,11664	3,20351	4,68621
-40,9436	6,932338	-0,8828	-0,11907	2,55238	4,69113
17,90942	3,460909	-0,98024	-0,12183	2,67237	4,87115
-2,33532	-12,5918	-1,07245	-0,12407	2,37553	4,94838
-10,6282	-21,3966	-1,16334	-0,12643	2,18171	4,93157
9,213312	-28,2273	-1,24978	-0,1285	2,11019	4,99817
-7,65994	9,793636	-1,32975	-0,13023	1,78714	4,71071
3,43461	37,87013	-1,40785	-0,13213	1,62508	4,89884
-0,98883	-32,4596	-1,47723	-0,13355	1,33042	4,87787
2,507143	7,837013	-1,53815	-0,13441	1,13046	4,99964
-5,19838	-3,98162	-1,59661	-0,13578	0,76471	4,98644
30,27156	-3,3189	-1,64264	-0,13627	0,63864	4,90756
-5,21942	-8,99766	-1,68377	-0,13687	0,35917	4,83297
-0,37344	26,38461	-1,71434	-0,137	1,03876	5,6365
21,82792	19,31201	-1,74065	-0,13718	-1,13793	6,3238
39,14649	-85,5409	-1,7438	-0,13594	0,3733	4,32179
-23,6285	20,40429	-1,75136	-0,1359	0,27217	4,19712
15,91948	-123,558	-1,74537	-0,13466	-5,73591	5,37758
38,43292	-120,995	-1,71592	-0,13127	-0,84365	3,85636
28,10455	-73,1612	-1,70612	-0,13265	-0,47752	4,142032

BIODATA PENULIS



Penulis memiliki nama lengkap pPutri Auliya Fidyastuti dan dilahirkan di Bojonegoro, 29 Januari 1995 dari pasangan Achmad Subekan dan Nunuk Sugiarti.

Penulis merupakan anak pertama dari dua bersaudara, dengan adik laki-laki yang bernama Burhannudin Akbat. Penulis bertempat tinggal di Perum TNI-AI blok F3/16 Candi Sidoarjo. Penulis telah menempuh pendidikan

formal mulai dari TK Hang Tuah 22, SD Hang Tuah 9, SMPN 1 Sidoarjo, dan SMAN 1 Sidoarjo. Setelah lulus dari SMA, penulis melanjutkan studinya di S1 Jurusan Matematika FMIPA ITS Surabaya tahun 2013. Selama perkuliahan penulis aktif mengikuti kegiatan kepanitiaan di KM ITS, seperti GERIGI (Generasi Integralistik) ITS 2015 sebagai Sekretaris Acara, SC Acara OMITS 2015, Ad-hoc MWA-WM, FKHM. Penulis pernah bergabung dalam organisasi kemahasiswaan, yakni sebagai Staff PSDM Himatika ITS 2014/2015, Staff Big event BEM FMIPA ITS 2014/2015, Wakil Ketua Himatika ITS 2015/2016. Komunikasi lebih lanjut dengan penulis dapat melalui email putriaf63@gmail.com.